



AstroHUB

Vysokoenergetická astrofyzika

Poslové extrémního vesmíru a multi-messenger astronomie

AUTOR

David Pěkník

OBSAH

Úvod a předmluva: Éra vysokoenergetického vesmíru a multi-messenger astronomie	4
--	---

ČÁST I: NEROVNOVÁŽNÉ RADIAČNÍ PROCESY

Kapitola 1	Synchrotronové záření	7
1.1	Pohyb relativistického elektronu v magnetickém poli	7
1.2	Relativistický beaming a spektrum záření elektronu	7
1.3	Synchrotronové spektrum souboru elektronů ($F_\nu \propto \nu^{-\alpha}$)	8
1.4	Synchrotronová samoabsorpce (SSA) a opticky tlustý režim	9
1.5	Výpočet synchrotronového spektra v Pythonu	10
Kapitola 2	Inverzní Comptonův rozptyl	11
2.1	Kinematika a účinné průřezy: Thomson versus Klein-Nishina	11
2.2	Zesílení frekvence fotonu a zářivý výkon	11
2.3	Synchrotron Self-Compton (SSC) proces v blazarech	12
2.4	Comptonovská katastrofa a limit jasové teploty $T_b \sim 10^{12}$ K	12
2.5	Modelování SED blazaru v Pythonu	13
Kapitola 3	Relativistické brzdné záření a fotoelektrická absorpce	15
3.1	Termální brzdné záření (Bremsstrahlung) v opticky tenkém plazmatu	15
3.2	Gauntův faktor a chlazení kup galaxií (cooling flows)	15
3.3	Fotoelektrická absorpce rentgenového záření (N_H)	16
3.4	Fluorescenční čára železa Fe K α (6.4 keV) a relativistické efekty	16
3.5	Modelování transmisního spektra a čáry Fe K α v Pythonu	17

ČÁST II: FYZIKA AKRECE A KOMPAKTNÍ OBJEKTY

Kapitola 4	Akreční disky Šakura-Sjunjajev	20
4.1	Fyzika akrece a Eddingtonova mez svítivosti	20
4.2	Standardní tenký α -disk Šakura & Sunyaev (1973)	20
4.3	Radiální profil teploty ($T \propto r^{-3/4}$) a spektrum disku	21
4.4	Advektivně dominované toky (ADAF / RIAF)	22
4.5	Numerická integrace spektra akrečního disku v Pythonu	22
Kapitola 5	Rentgenové binární systémy a mikrokvazary	25
5.1	Klasifikace XRBs: HMXB versus LMXB a Rocheův lalok	25
5.2	Rentgenové pulsary: Akrece na magnetizované neutronové hvězdy	25
5.3	Spektrální stavy černoděrných rentgenových nov a diagram tvrdosti (HID)	26
5.4	Mikrokvazary a zdánlivý nadsvětelný pohyb ($v_{app} > c$)	26
5.5	Výpočet zdánlivé nadsvětelné rychlosti v Pythonu	27
Kapitola 6	Aktivní galaktická jádra AGN a relativistické jety	29
6.1	Unifikovaný model AGN: Akreční disk, torus, BLR a NLR	29
6.2	Rádiově tiché versus rádiově hlasité AGN (galaxie FR I a FR II)	30
6.3	Blazary a relativistický beaming ($\delta^{3+\alpha}$)	30
6.4	Spouštění jetů: Blandfordův-Znajekův mechanismus	30
6.5	Simulace Blandfordova-Znajekova výkonu v Pythonu	31

OBSAH (POKRAČOVÁNÍ)

ČÁST III: EXPLOZIVNÍ TRANSIENTNÍ JEVY

Kapitola 7	Gama záblesky GRB a kolapsary	34
7.1	Dvoudílná bimodalita GRB: Krátké ($T_{90} < 2$ s) a dlouhé záblesky	34
7.2	Model kolapsaru u dlouhých GRB a asociace se supernovami Ic-BL	34
7.3	Model ohnivé koule (Fireball) a kompaktnostní paradox ($\Gamma \gtrsim 100$)	35
7.4	Vnitřní a vnější rázové vlny: Mechanismus dosvitu (Afterglow)	36
7.5	Modelování světelné křivky afterglow v Pythonu	36
Kapitola 8	Magnetary a Fast Radio Bursts FRB	38
8.1	Fyzika magnetarů a kvantově-elektrodynamická mez (B_{QED})	38
8.2	Anomální rentgenové pulsary (AXP) a Soft Gamma Repeaters (SGR)	38
8.3	Rychlé rádiové záblesky (FRB), disperzní míra a Macquartův vztah	39
8.4	Průlom: Galaktický FRB 200428 u magnetaru SGR 1935+2154	40
8.5	Analýza disperze FRB v Pythonu	40

ČÁST IV: MULTI-MESSENGER ASTRONOMIE

Kapitola 9	Gravitační vlny a interferometrie LIGO/Virgo	43
9.1	Linearizovaná obecná teorie relativity, TT-kalibrace a polarizace	43
9.2	Laserová interferometrie LIGO a Virgo a stlačené světlo	44
9.3	Chirp signál binární dvojhvězdy a efektivní chirp hmotnost $\mathcal{M}_c$	44
9.4	První přímá detekce GW150914 a katalogy GWTC	45
9.5	Generování vlnového tvaru gravitačních vln v Pythonu	45
Kapitola 10	Kilonovy a r-proces nukleosyntézy	47
10.1	Událost století: GW170817, GRB 170817A a kilonova AT 2017gfo	47
10.2	R-proces rychlého zachytu neutronů: Vznik zlata, platiny a uranu	47
10.3	Lanthanoidová neprůhlednost: Modrá versus červená kilonova	48
10.4	Radioaktivní ohřev ejektu ($L \propto t^{-1.3}$) a světelná křivka	48
10.5	Výpočet světelné křivky kilonovy v Pythonu	49
Kapitola 11	Neutrinová astrofyzika IceCube	51
11.1	Kosmické záření ultravysokých energií (UHECR) a GZK limit	51
11.2	Hadronická produkce neutrin fotopionovým rozpadem	51
11.3	Observatoř IceCube na jižním pólu: Dráhy mionů versus kaskády	52
11.4	První identifikované bodové zdroje: TXS 0506+056 a NGC 1068	53
11.5	Výpočet neutrinového toku a detekce v ledu v Pythonu	53

ČÁST V: PŘÍLOHY A VĚDECKÉ VÝPOČTY

Dodatek A	Odvození kvadrupólového vzorce gravitačních vln	56
A.1	Greenova funkce vlnové rovnice linearizované gravitace	56
A.2	Prostorová integrace a tenzor kvadrupólového momentu	56
A.3	Vyzařovaný výkon gravitačních vln	57
A.4	Ztráta orbitální energie v pulzaru Hulse-Taylor PSR B1913+16	57
Dodatek B	Analýza dat z družic Fermi a Chandra v Pythonu	59
B.1	Architektura událostních datových produktů FITS	59
B.2	Kalibrace rentgenových dat: ARF a RMF matice	59
B.3	Analýza Fermi-LAT v balíčku Gammapy	60
B.4	Funkční skript pro fitování spektra v Pythonu	60
Dodatek C	Sbírka 15 řešení úloh	63
Dodatek D	Encyklopedický glosář	70

Úvod a předmluva: Éra vysokoenergetického vesmíru a multi-messenger astronomie

Vítejte na stránkách univerzitní monografie a pokročilých skript **Vysokoenergetická astrofyzika: Poslové extrémního vesmíru a multi-messenger astronomie**, vydávané v rámci akademické edice portálu AstroHub.cz.

Astrofyzika prošla za poslední půlstoletí fundamentální revolucí. Po tisíciletí bylo lidstvo odkázáno výhradně na úzké spektrální okno viditelného světla – pásmo fotonů o energiích pouhých 1,5 až 3,1 elektronvoly (eV), v němž září poklidné povrchy hvězd hlavní posloupnosti. Kosmický prostor se tak v očích klasických astronomů jevil jako statický, chladný a téměř neměnný.

Vstup do kosmického věku v 60. a 70. letech 20. století však tuto idylickou představu definitivně zbořil. Vynesení prvních detektorů rentgenového a gama záření za neprostupný štít zemské atmosféry (družice Uhuru, Einstein, SAS-2, COS-B) a následný nástup velkých observatoří typu **Chandra**, **XMM-Newton**, **Fermi-LAT** či pozemních Čerenkovových polí **H.E.S.S.**, **MAGIC** a **VERITAS** odhalily zcela jiný vesmír: divoký, dynamický a extrémní. V tomto vysokoenergetickém vesmíru se energie fotonů nepočítá v elektronvoltech, nýbrž v kiloelektronvoltech (keV), megaelektronvoltech (MeV), gigaelektronvoltech (GeV) a teraelektronvoltech (TeV).

Vrcholné energetické procesy se neodehrávají v termodynamické rovnováze. Jsou poháněny gravitací v těsném sousedství horizontů událostí černých děr, obřími magnetickými poli neutronových hvězd dosahujícími až 10^{15} G a relativistickými rázovými vlnami, které urychlují elementární částice téměř na rychlost světla.

V uplynulém desetiletí pak astrofyzika vstoupila do své dosud nejambicióznější epochy: **víceposelské astronomie (multi-messenger astronomy)**. K elektromagnetickým fotonům se jako rovnocenní poslové přidaly:

- **Gravitační vlny:** Přímé vlnění samotného časoprostoru, předpovězené Albertem Einsteinem v roce 1916 a poprvé přímo změřené interferometri LIGO v roce 2015 při splynutí binární černé díry (GW150914).
- **Vysokoenergetická neutrina:** Téměř nehmotné, elektricky neutrální částice interagující výhradně slabou silou, které bez jakéhokoliv rozptylu či absorpce pronikají z nehlubších jader aktivních galaxií a kolabujících jader supernov přímo do gigatunového ledového detektoru **IceCube** na jižním pólu.
- **Kosmické záření ultravysokých energií (UHECR):** Nabitá atomová jádra urychlená v kosmických urychlovačích na energie přesahující 10^{20} eV, monitorovaná gigantickým pozemním detektorem Pierre Auger Observatory v argentinské pampě.

Synergie těchto čtyř nezávislých oken – fotonů, gravitačních vln, neutrin a kosmických paprsků – byla velkolepě demonstrována 17. srpna 2017 při historické události **GW170817 / GRB 170817A / AT 2017gfo**, kdy lidstvo poprvé v dějinách současně pozorovalo gravitační vlnu ze splynutí dvou neutronových hvězd, bleskový gama záblesk a následný opticko-infračervený dosvit kilonovy syntetizující těžké prvky r-procesu.

Cíl monografie a pedagogická metodologie

Tato publikace je koncipována jako rigorózní teoretický i praktický průvodce vysokoenergetickou astrofyzikou pro studenty magisterského a doktorského studia astrofyziky, teoretické fyziky a příbuzných vědních oborů, jakož i pro výzkumné pracovníky.

Kniha je strukturována do pěti logicky provázaných částí:

1. **Část I: Nerovnovážné radiační procesy:** Systematický výklad fyziky emise relativistického plazmatu – synchrotronového záření, inverzního Comptonova rozptylu, relativistického brzdného záření a rentgenové fotoelektrické absorpce.

2. **Část II: Fyzika akrece a kompaktní objekty:** Teorie uvolňování gravitační energie v těsných binárních systémech, akreční disky Šakura–Sjunjajev, rentgenové dvojhvězdy, mikrokvarzy a aktivní galaktická jádra (AGN).
3. **Část III: Explosivní transienční jevy:** Fyzika nejjasnějších explozí ve vesmíru – gama záblesky (GRB), relativistické ohnivé koule (fireballs), kolapsary, magnetary a záhadné rychlé rádiové záblesky (FRB).
4. **Část IV: Multi-messenger astronomie:** Gravitačně-vlnová astronomie (detektory LIGO a Virgo), fyzika kilonov a r-procesu nukleosyntézy, a neutrinová astrofyzika realizovaná observatoří IceCube.
5. **Část V: Přílohy a vědecké výpočty:** Rigorózní matematická odvození (kvadrupólový vzorec gravitačních vln), programátorský manuál pro analýzu dat z družic Fermi a Chandra v Pythonu, sbírka 15 podrobně řešených úloh a encyklopedický glosář.

Všechny kapitoly propojují analytická odvození s konkrétními numerickými implementacemi v jazyce Python (ekosystém NumPy, SciPy, Astropy). Věříme, že tato kniha poskytne pevný teoretický základ i praktické dovednosti nezbytné pro moderní astrofyzikální výzkum.

Část I: Nerovnovážné radiační procesy

První část monografie buduje rigorózní základy relativistické elektrodynamiky a radiačních procesů probíhajících v netermálním astrofyzikálním plazmatu. V extrémních podmínkách okolí kompaktních objektů a rázových vln přestává platit Maxwellovo-Boltzmannovo rozdělení rychlostí částic i Planckův zákon záření černého tělesa.

Tři stěžejní kapitoly této části detailně rozebírají:

- **Synchrotronové záření:** Emisi ultrarelativistických elektronů spirálujících v magnetickém poli, relativistické zúžení vyzařovacího kužele (beaming), mocninná spektra a synchrotronovou samoabsorpci.
- **Inverzní Comptonův rozptyl:** Přenos kinetické energie z relativistických elektronů na fotony záření pozadí, režim Thomsonův a Kleinův-Nishinův, proces Synchrotron Self-Compton (SSC) a limity kompaktnosti vedoucí ke komptonovské katastrofě.
- **Relativistické brzdné záření a fotoelektrickou absorpci:** Coulombovské srážky v horkém opticky tenkém plazmatu, Gauntův faktor, fotoionizační absorpci rentgenového záření a diagnostiku relativistických fluorescenčních čar $\text{Fe K}\alpha$.

Kapitola 1: Synchrotronové záření

Synchrotronové záření představuje dominantní netermální radiační proces ve vysokoenergetické astrofyzice. Setkáváme se s ním v pozůstatcích po supernovách (např. v Krabí mlhovině), v relativistických výtryscích (jetech) aktivních galaktických jader a mikrokvarů, v dosvitech gama záblesků i v synchrotronovém rádiovém pozadí galaktických kup.

1.1 Pohyb relativistického elektronu v magnetickém poli

Uvažujme elektron o klidové hmotnosti m_e a náboji $-e$, který se pohybuje relativistickou rychlostí $\mathbf{v}$ (Lorentzův faktor $\gamma = (1 - v^2/c^2)^{-1/2} \gg 1$) v homogenním magnetickém poli o magnetické indukci $\mathbf{B}$. Relativistická pohybová rovnice má tvar:

$$\frac{d}{dt}(\gamma m_e \mathbf{v}) = -e \left(\frac{\mathbf{v}}{c} \times \mathbf{B} \right)$$

Jelikož Lorentzova síla působí kolmo k vektoru rychlosti $\mathbf{v}$, nevykonává na částici žádnou mechanickou práci. Kinetická energie elektronu i jeho Lorentzův faktor γ proto zůstávají v čase konstantní ($d\gamma/dt = 0$). Pohybovou rovnici pak můžeme rozepsat do složek rovnoběžné a kolmé k vektoru $\mathbf{B}$:

$$\frac{d\mathbf{v}_{\parallel}}{dt} = 0, \quad \gamma m_e \frac{d\mathbf{v}_{\perp}}{dt} = -\frac{e}{c}(\mathbf{v}_{\perp} \times \mathbf{B})$$

Elektron se tedy pohybuje po šroubovici (helixu) s konstantní rychlostí podél magnetických siločar $v_{\parallel} = v \cos \alpha$ (kde α je úhel sklonu dráhy, tzv. *pitch angle*) a rotuje v rovině kolmé k siločarám s kruhovou frekvencí (relativistickou gyrofrekvencí):

$$\omega_B = \frac{eB}{\gamma m_e c} = \frac{\omega_c}{\gamma}$$

kde $\omega_c = eB/(m_e c)$ je klasická nerelativistická cyklotronová frekvence. Poloměr kruhové trajektorie v rovině kolmé k poli, tzv. Larmorův gyrorádus r_L , je roven:

$$r_L = \frac{v_{\perp}}{\omega_B} = \frac{\gamma m_e c v \sin \alpha}{eB} \approx \frac{\gamma m_e c^2 \sin \alpha}{eB}$$

1.2 Relativistický beaming a spektrum záření jednoho elektronu

V nerelativistickém limitu ($\gamma \approx 1$) vyzařuje urychlovaný elektron dipólové cyklotronové záření na základní frekvenci ω_c , přičemž vyzařovací diagram má klasický tvar toroidu s osou orientovanou ve směru zrychlení.

V relativistickém režimu ($\gamma \gg 1$) však dochází k dramatické transformaci vyzařovacího diagramu v důsledku **relativistické aberace světla**. Ve vztažné soustavě pozorovatele v klidu je záření koncentrováno do úzkého kužele ve směru okamžitého vektoru rychlosti elektronu s charakteristickým polovičním úhlem otevíření:

$$\theta_{\text{beam}} \approx \frac{1}{\gamma}$$

Tento jev se nazývá **relativistický beaming** (světlometový efekt). Pozorovatel nacházející se ve směru vyzařování spatří záblesk pouze tehdy, když vyzařovací kužel míří přímo k němu. Doba trvání tohoto záblesku je extrémně zkrácena ze dvou důvodů:

1. Vyzářovací kužel přetne zorný paprsek za úhlový interval $\Delta\theta \sim 2/\gamma$, což odpovídá dráhovému času $\Delta t \sim 2/(\gamma\omega_B \sin \alpha)$.
2. Samotný elektron se pohybuje směrem k pozorovateli rychlostí $v \approx c$, takže čelo vyzářené elektromagnetické vlny je stlačeno Dopplerovým efektem o faktor $(1 - v/c) \approx 1/(2\gamma^2)$.

Výsledný časový interval pozorovaného pulzu je:

$$\Delta t_{\text{obs}} \approx \Delta t(1 - v/c) \approx \frac{1}{\gamma^3 \omega_B \sin \alpha} = \frac{m_e c}{e B \gamma^2 \sin \alpha}$$

Fourierovská transformace takto úzkého časového pulzu generuje široké spojitě spektrum frekvencí sahající až k tzv. **kritické synchrotronové frekvenci**:

$$\nu_c = \frac{3}{4\pi} \gamma^2 \frac{eB}{m_e c} \sin \alpha$$

Přesný spektrální vyzářovaný výkon jednoho elektronu odvozený z Liénardových–Wiechertových potenciálů má tvar:

$$P(\nu) = \frac{\sqrt{3} e^3 B \sin \alpha}{m_e c^2} F\left(\frac{\nu}{\nu_c}\right)$$

kde bezrozměrná synchrotronová funkce $F(x)$ je definována integrálem modifikované Besselovy funkce druhého druhu $K_{5/3}$:

$$F(x) = x \int_x^\infty K_{5/3}(\xi) d\xi$$

Asymptotické chování funkce $F(x)$ je:

- Pro nízké frekvence ($x \ll 1$): $F(x) \propto x^{1/3}$, což znamená, že spektrum jednoho elektronu roste jako $P(\nu) \propto \nu^{1/3}$.
- Pro vysoké frekvence ($x \gg 1$): $F(x) \propto x^{1/2} e^{-x}$, spektrum exponenciálně klesá nad kritickou frekvencí ν_c .

Celkový vyzářovaný výkon jednoho elektronu integrovaný přes všechny frekvence odpovídá relativistické Larmorově formuli:

$$P_{\text{tot}} = \int_0^\infty P(\nu) d\nu = \frac{4}{3} \sigma_T c \gamma^2 U_B \sin^2 \alpha$$

kde $\sigma_T = \frac{8\pi}{3} (e^2/m_e c^2)^2 \approx 6.652 \times 10^{-25} \text{ cm}^2$ je Thomsonův účinný průřez a $U_B = B^2/(8\pi)$ je hustota energie magnetického pole.

1.3 Synchrotronové spektrum souboru elektronů s mocninným rozdělením

V astrofyzikálních zdrojích (rázové vlny supernov, výtrysky AGN) jsou elektrony urychlovány Fermiho mechanismem prvního řádu (difúzní šokové urychlování) do **mocninného rozdělení energií**:

$$N(E) dE = N_0 E^{-p} dE \quad (\text{pro } E_{\text{min}} \leq E \leq E_{\text{max}})$$

kde p je index energetického spektra částic (typicky $p \approx 2.0 - 2.5$). Protože $E = \gamma m_e c^2$, můžeme rozdělení ekvivalentně vyjádřit pomocí Lorentzova faktoru: $N(\gamma) d\gamma = N'_0 \gamma^{-p} d\gamma$.

Objemovou emisivitu plazmatu j_ν získáme konvolucí výkonu jednotlivého elektronu $P(\nu, \gamma)$ přes rozdělení elektronů:

$$j_\nu = \frac{1}{4\pi} \int_{\gamma_{\text{min}}}^{\gamma_{\text{max}}} N(\gamma) P(\nu, \gamma) d\gamma$$

Substitucí proměnné $x = \nu/\nu_c \propto \nu/(\gamma^2 B)$ získáme po integraci analytický vztah:

$$j_\nu \propto B^{(p+1)/2} \nu^{-(p-1)/2}$$

Výsledné spektrum toku záření F_ν ve frekvenčním intervalu, kde se neuplatňuje absorpce, má tedy čistě mocninný charakter:

$$F_\nu \propto \nu^{-\alpha} \quad \text{kde} \quad \alpha = \frac{p-1}{2}$$

Parametr α se v astrofyzice nazývá **spektrální index záření**. Například pro kanonickou hodnotu šokového urychlování $p = 2.2$ dostáváme spektrální index $\alpha = 0.6$, což přesně odpovídá pozorováním rádiových a rentgenových dosvitů gama záblesků a rádiových laloků radiogalaxií.

1.4 Synchrotronová samoabsorpce (SSA)

Na nízkých frekvencích začíná emitované fotony zpětně pohlcovat tentýž soubor relativistických elektronů, který je vyzáří. Tento proces se nazývá **synchrotronová samoabsorpce (Synchrotron Self-Absorption, SSA)** a jedná se o inverzní proces k synchrotronové emisi.

Podle Einsteinových koeficientů a Kirchhoffova zákona záření souvisí absorpční koeficient α_ν s emisivitou j_ν vztahem:

$$\alpha_\nu = -\frac{c^2}{8\pi h \nu^3} \int P(\nu, E) E^2 \frac{d}{dE} \left[\frac{N(E)}{E^2} \right] dE$$

Pro mocninné rozdělení $N(E) \propto E^{-p}$ vede integrace k absorpčnímu koeficientu:

$$\alpha_\nu \propto \nu^{-(p+4)/2}$$

Zdrojová funkce $S_\nu \equiv j_\nu / \alpha_\nu$ homogenního plazmatu pak nabývá pozoruhodného tvaru:

$$S_\nu = \frac{j_\nu}{\alpha_\nu} \propto \frac{\nu^{-(p-1)/2}}{\nu^{-(p+4)/2}} = \nu^{5/2}$$

Z rovnice přenosu záření pro homogenní zdroj o geometrickém rozměru R a optické tloušťce $\tau_\nu = \alpha_\nu R$ plyne výsledná intenzita záření:

$$I_\nu = S_\nu (1 - e^{-\tau_\nu})$$

Toto spektrum vykazuje dva fundamentální asymptotické režimy:

1. Opticky tlustý režim ($\tau_\nu \gg 1$, nízké frekvence):

$$I_\nu \approx S_\nu \propto \nu^{5/2}$$

Spektrální tok strmě roste s exponentem $+2.5$. Tento exponent je zcela odlišný od Rayleighova-Jeansova zákona černého tělesa ($I_\nu \propto \nu^2$), protože efektivní teplota elektronů $T_{\text{eff}} \propto \gamma(\nu) \propto \nu^{1/2}$ je sama funkcí frekvence!

1. Opticky tenký režim ($\tau_\nu \ll 1$, vysoké frekvence):

$$I_\nu \approx S_\nu \tau_\nu = j_\nu R \propto \nu^{-(p-1)/2}$$

Prostředí je transparentní a pozorujeme nezkrácené mocninné synchrotronové spektrum.

Frekvence ν_{ssa} , při níž $\tau_\nu = 1$, se nazývá **obratová frekvence (turnover frequency)** a představuje klíčový diagnostický parametr pro měření magnetického pole a rozměrů kompaktních rádiových zdrojů.

1.5 Výpočet synchrotronového spektra v Pythonu

Následující kód počítá a vizualizuje kompletní spektrum synchrotronového záření včetně samoabsorpce pro astrofyzikální zdroj (relativistický blob v jetu AGN).

```
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt

def synchrotron_spectrum():
    # Fyzikální parametry modelu
    p = 2.4          # Index rozdělení elektronů
    B = 1.0          # Magnetické pole [Gauss]
    R = 1e16         # Lineární rozměr zdroje [cm]
    nu_ssa = 5e9     # Obrátová frekvence [Hz] (5 GHz)
    F_peak = 10.0    # Vrcholový tok v Jy při nu_ssa

    # Frekvenční osa od rádiových vln po rentgen (1 MHz až 100 GHz)
    nu = np.logspace(7, 12, 500)

    # Výpočet optické tloušťky: tau_nu = (nu / nu_ssa)^(-(p+4)/2)
    tau = (nu / nu_ssa) ** (-(p + 4.0) / 2.0)

    # Zdrojová funkce normalizovaná na vrchol: S_nu pro tau >> 1
    # F_nu = S_0 * nu^(5/2) * (1 - exp(-tau))
    # Při tau -> oo: F_nu ~ nu^(5/2); při tau -> 0: F_nu ~ nu^(-(p-1)/2)
    s_norm = F_peak / (1.0 - np.exp(-1.0))
    flux = s_norm * ((nu / nu_ssa) ** 2.5) * (1.0 - np.exp(-tau))

    print(f"Parametry modelu: p = {p:.2f}, B = {B:.1f} G, nu_turnover = {nu_ssa/1e9:.1f} GHz")
    print(f"Index v opticky tlustém režimu: +2.50")
    print(f"Index v opticky tenkém režimu: -{(p-1)/2:.2f}")
    return nu, flux

nu, flux = synchrotron_spectrum()
```

Kapitola 2: Inverzní Comptonův rozptyl

Inverzní Comptonův rozptyl (Inverse Compton Scattering, IC) je proces, při němž nízkoenergetický foton získává energii při pružné srážce s ultrarelativistickým elektronem. Zatímco v klasickém Comptonově rozptylu předává vysokoenergetický rentgenový foton hybnost stacionárnímu elektronu, v astrofyzikálních podmínkách je situace opačná: elektrony s Lorentzovými faktory $\gamma \sim 10^2 - 10^6$ narážejí do fotonů reliktního záření, infračerveného prachového toru či vlastního synchrotronového pole a posouvají je až do oblasti gama záření s energiemi GeV a TeV.

2.1 Kinematika a účinné průřezy: Thomsonův limit versus Klein–Nishina

Uvažujme čtyřhybnost elektronu P_e a fotonu P_γ před srážkou a P'_e, P'_γ po srážce:

$$P_e + P_\gamma = P'_e + P'_\gamma$$

V laboratorní soustavě má elektron energii $E_e = \gamma m_e c^2$ a nízkoenergetický foton frekvenci ν_0 s energií $\epsilon_0 = h\nu_0 \ll m_e c^2$. Přejdeme do klidové soustavy elektronu (označené čárkou). Pomocí Lorentzovy transformace je počáteční energie fotonu v klidové soustavě elektronu rovna:

$$\epsilon' = \gamma \epsilon_0 (1 - \beta \cos \theta)$$

kde θ je úhel mezi vektorem rychlosti elektronu a směrem přilétajícího fotonu a $\beta = v/c$. Režim interakce je určen bezrozměrnou energií fotonu v klidové soustavě elektronu $x = \epsilon' / (m_e c^2) \approx \gamma h\nu_0 / (m_e c^2)$:

1. **Thomsonův režim** ($x \ll 1$, tj. $4\gamma h\nu_0 \ll m_e c^2$): Foton má v klidové soustavě elektronu zanedbatelnou energii vůči klidové energii elektronu. Zpětný ráz elektronu je nulový a foton se rozptyluje elasticky beze změny frekvence: $\epsilon'_1 \approx \epsilon'$. Účinný průřez je dán klasickým Thomsonovým průřezem:

$$\sigma_T = \frac{8\pi}{3} r_0^2 = \frac{8\pi}{3} \left(\frac{e^2}{m_e c^2} \right)^2 \approx 6.652 \times 10^{-25} \text{ cm}^2$$

1. **Kleinův–Nishinův režim** ($x \gtrsim 1$, tj. $4\gamma h\nu_0 \gtrsim m_e c^2$): Uplatňují se kvantově-elektrodynamické (QED) korekce. Zpětný ráz elektronu je významný a účinný průřez dramaticky klesá podle Kleinova–Nishinova vzorce:

$$\sigma_{\text{KN}} = \frac{3}{4} \sigma_T \left[\frac{1+x}{x^3} \left(\frac{2x(1+x)}{1+2x} - \ln(1+2x) \right) + \frac{\ln(1+2x)}{2x} - \frac{1+3x}{(1+2x)^2} \right]$$

Pro extrémní energie ($x \gg 1$) klesá účinný průřez jako $\sigma_{\text{KN}} \approx \frac{3}{8} \sigma_T \frac{\ln(2x)+1/2}{x}$.

2.2 Zesílení frekvence fotonu a zářivý výkon

Po rozptylu v klidové soustavě elektronu transformujeme foton zpět do laboratorní soustavy. Energie rozptýleného fotonu v laboratorní soustavě je:

$$\epsilon_1 = \gamma \epsilon'_1 (1 + \beta \cos \theta'_1)$$

V Thomsonově režimu ($\epsilon'_1 \approx \epsilon' \approx \gamma \epsilon_0$) dostáváme maximální možnou energii pro čelní srážku ($\theta = \pi, \theta'_1 = 0$):

$$\epsilon_{1,\text{max}} \approx \gamma(1 + \beta) \cdot \gamma(1 + \beta) \epsilon_0 \approx 4\gamma^2 \epsilon_0$$

Střední hodnota energie rozptýlených fotonů získaná integrací přes izotropní pole primárních fotonů činí:

$$\langle \epsilon_1 \rangle = \frac{4}{3} \gamma^2 \epsilon_0, \quad \langle \nu_1 \rangle = \frac{4}{3} \gamma^2 \nu_0$$

Jedná se o obrovské energetické zesílení: foton mikrovlnného pozadí (CMB) s energií $\sim 10^{-3}$ eV rozptýlený elektronem s $\gamma = 10^4$ je povýšen na foton s energií ~ 100 keV (tvrdé rentgenové záření).

Celkový vyzařovaný výkon jednoho elektronu v důsledku inverzního Comptonova rozptylu v Thomsonově režimu je roven:

$$P_{\text{IC}} = \frac{4}{3} \sigma_T c \gamma^2 U_{\text{rad}}$$

kde $U_{\text{rad}} = \int u_\nu d\nu$ je celková hustota energie primárního fotonového pole. Porovnáme-li tento výkon s celkovým synchrotronovým výkonem odvozeným v Kapitole 1 ($P_{\text{synch}} = \frac{4}{3} \sigma_T c \gamma^2 U_B$ pro izotropní rozdělení úhlů sklonu), získáme fundamentální vztah:

$$\frac{P_{\text{IC}}}{P_{\text{synch}}} = \frac{U_{\text{rad}}}{U_B}$$

Poměr ztrát energie elektronu Comptonovým rozptylem k synchrotronovým ztrátám je přesně roven poměru hustoty energie záření k hustotě energie magnetického pole.

2.3 Synchrotron Self-Compton (SSC) proces v blazarech

V relativistických jetech aktivních galaktických jader a blazarů existuje vysoká hustota synchrotronových fotonů emitovaných relativistickými elektrony. Tyto synchrotronové fotony samy slouží jako primární terčové pole pro tytéž elektrony, které je vygenerovaly. Tento dvoustupňový proces se nazývá **Synchrotron Self-Compton (SSC)**.

Spektrální rozdělení energie (Spectral Energy Distribution, SED) blazarů vykazuje typický dvouhrbý profil ($\log(\nu F_\nu)$ vs. $\log \nu$):

- **První hrb (nízkoenergetický):** Vzniká synchrotronovou emisí elektronů v magnetickém poli jetu. Sahá od rádiového přes optické až po měkké rentgenové pásmo.
- **Druhý hrb (vysokoenergetický):** Vzniká inverzním Comptonovým rozptylem těchto elektronů na synchrotronových fotonech (případně na externích fotonech z akrečního disku a prachového toru – proces External Compton, EC). Sahá od tvrdého rentgenového po TeV gama záření.

Pro mocnné rozdělení elektronů $N(E) \propto E^{-p}$ kopíruje SSC spektrum ve vysokých energiích sklon synchrotronového spektra ($\alpha = (p - 1)/2$), avšak je posunuto o faktor $\sim \gamma_{\text{char}}^2$ směrem k vyšším frekvencím.

2.4 Comptonovská katastrofa a limit jasové teploty

Uvažujme kompaktní rádiový zdroj o poloměru R . Jasová teplota zdroje T_b na frekvenci ν v Rayleighově-Jeansově limitu je definována vztahem:

$$I_\nu = \frac{2k_B T_b \nu^2}{c^2} \implies T_b = \frac{c^2 S_\nu}{2k_B \nu^2 \Omega}$$

kde $\Omega \approx \pi R^2/d^2$ je prostorový úhel zdroje. Hustota synchrotronového záření uvnitř zdroje roste s rostoucí jasovou teplotou přibližně jako $U_{\text{rad}} \propto T_b^5$.

Pokud poměr U_{rad}/U_B přesáhne hodnotu 1, začnou Comptonovy ztráty převažovat nad synchrotronovými. Rozptýlené fotony 1. řádu pak slouží jako terče pro Comptonův rozptyl 2. řádu, což spouští lavinový přenos veškeré

kinetické energie elektronů do gama fotonů. Toto prudké ochlazení plazmatu se nazývá **Comptonovská katastrofa (Compton Catastrophe)**.

Analytické odvození (Kellermann & Pauliny-Toth 1969) ukazuje, že Comptonovská katastrofa nastává při překročení limitní hodnoty:

$$T_b \gtrsim 10^{12} \text{ K}$$

V klidové soustavě zdroje nesmí stacionární synchrotronový zdroj mít jasovou teplotu vyšší než přibližně 10^{12} K . Pozorování interferometrie s velmi dlouhou základnou (VLBI) však u blazarů detekují zdánlivé jasové teploty až $T_{b,\text{obs}} \sim 10^{13} - 10^{14} \text{ K}$.

Tento zdánlivý rozpor je vyřešen **relativistickým Dopplerovým beamingem**. Pokud se zářící plazmový uzel (blob) pohybuje směrem k pozorovateli s Lorentzovým faktorem $\Gamma \sim 10 - 30$ pod malým úhlem pohledu $\theta \sim 1/\Gamma$, pozorovaná jasová teplota je zesílena:

$$T_{b,\text{obs}} = \delta T_b$$

kde $\delta = [\Gamma(1 - \beta \cos \theta)]^{-1}$ je Dopplerův faktor. Pozorování nadlimitních jasových teplot je tak přímým důkazem ultrarelativistických rychlostí jetů AGN.

2.5 Modelování SED blazaru v Pythonu

Následující kód simuluje klasické dvouhrbé spektrum blazaru (SED v reprezentaci νF_ν) zahrnující synchrotronovou komponentu a komponentu Synchrotron Self-Compton.

```
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt

def blazar_sed_model():
    # Frekvenční osa od rádiových vln po TeV gama ( $10^8$  Hz až  $10^{27}$  Hz)
    nu = np.logspace(8, 27, 600)

    # Parametry synchrotronového hrbu (peak v UV/rentgenu  $\sim 10^{16}$  Hz)
    log_nu_peak_syn = 16.0
    flux_peak_syn = 1e-10 # erg / (cm2 s)
    width_syn = 2.2

    # Parametry SSC hrbu posunutého o  $\gamma^2 \sim 10^8$  (peak v GeV gama  $\sim 10^{24}$  Hz)
    gamma_eff = 1e4
    log_nu_peak_ssc = log_nu_peak_syn + np.log10(gamma_eff**2 * 4.0 / 3.0)
    flux_peak_ssc = 0.7 * flux_peak_syn # SSC poměr k synchrotronu
    width_ssc = 2.0

    # Log-parabolické modelování hrbů SED (funkce nu * F_nu)
    sed_syn = flux_peak_syn * 10.0 * ((np.log10(nu) - log_nu_peak_syn) / width_syn)**2
    sed_ssc = flux_peak_ssc * 10.0 * ((np.log10(nu) - log_nu_peak_ssc) / width_ssc)**2
    sed_total = sed_syn + sed_ssc

    print(f"Synchrotron peak:  $10^{\{\log\_nu\_peak\_syn:.1f\}}$  Hz ( $h\nu \sim 41$  eV)")
    print(f"SSC peak:  $10^{\{\log\_nu\_peak\_ssc:.1f\}}$  Hz ( $h\nu \sim 4.1$  GeV)")
    print(f"Poměr toků  $U_{\text{rad}}/U_B \sim \{\text{flux\_peak\_ssc} / \text{flux\_peak\_syn} : .2f\}$ ")
    return nu, sed_syn, sed_ssc, sed_total

nu, s_syn, s_ssc, s_tot = blazar_sed_model()
```

Kapitola 3: Relativistické brzdné záření a fotoelektrická absorpce

Termální brzdné záření a fotoelektrická absorpce představují základní pilíře rentgenové spektroskopie. Zatímco brzdné záření (Bremsstrahlung) dominuje emisi mezigalaktického plynu v masivních kupách galaxií a korónách akrečních disků, fotoelektrická absorpce mezihvězdným plynem modifikuje pozorovaná spektra všech vzdálených rentgenových zdrojů. Speciální význam má fluorescenční čára železa Fe K α , která funguje jako nejpresnější laboratorní sonda zakřivení časoprostoru u černých děr.

3.1 Termální brzdné záření (Bremsstrahlung)

Brzdné záření (z německého *Bremsstrahlung*) vzniká při coulombovském rozptylu volného elektronu v elektrostatickém poli iontu s nábojem Ze . Zrychlení působící na elektron při průletu kolem iontu s impaktním parametrem b způsobuje emisi elektromagnetického záření podle Larmorovy formule.

V astrofyzikálním plazmatu s teplotou $T \sim 10^7 - 10^8$ K (odpovídající kinetickým energiím $k_B T \sim 1 - 10$ keV) mají elektrony Maxwellovo-Boltzmannovo rozdělení rychlostí. Integrací přes rozdělení rychlostí a impaktní parametry získáme spektrální objemovou emisivitu opticky tenkého plazmatu:

$$j_\nu = \frac{32\pi e^6}{3m_e c^3} \left(\frac{2\pi}{3k_B T m_e} \right)^{1/2} Z^2 n_e n_i \bar{g}_{ff}(\nu, T) e^{-h\nu/(k_B T)}$$

kde n_e a n_i jsou číselné hustoty elektronů a iontů a $\bar{g}_{ff}$ je teplotně zprůměrovaný **Gauntův faktor** – bezrozměrná kvantově-mechanická korekce řádu jednotek ($\bar{g}_{ff} \approx 1.1 - 1.5$), která zohledňuje kvantové efekty při malých impaktních parametrech.

Integrovaná objemová ztráta energie plazmatu vyzařováním (cooling rate) činí:

$$\Lambda_{ff}(T) = \int_0^\infty 4\pi j_\nu d\nu \approx 1.4 \times 10^{-27} T^{1/2} Z^2 n_e n_i \quad [\text{erg} \cdot \text{cm}^{-3} \cdot \text{s}^{-1}]$$

Závislost $\Lambda_{ff} \propto T^{1/2}$ je klíčová pro termální stabilitu horkého plynu: s rostoucí teplotou roste vyzařovaný výkon pomaleji než tepelná kapacita.

3.2 Gauntův faktor a chlazení kup galaxií

V bohatých kupách galaxií (např. v kupě Coma či Perseus) je většina baryonové hmoty ($\sim 85\%$) obsažena v difúzním horkém mezigalaktickém médiu (Intracluster Medium, ICM). Tento plyn o hustotě $n_e \sim 10^{-4} - 10^{-2} \text{ cm}^{-3}$ a teplotě $T \approx (3 - 10) \times 10^7$ K září v rentgenovém oboru gigantickým výkonem $L_X \sim 10^{44} - 10^{45} \text{ erg} \cdot \text{s}^{-1}$ právě mechanismem termálního brzdného záření.

Charakteristický čas radiačního ochlazování plynu v centrálních hustých oblastech kup je roven:

$$t_{\text{cool}} = \frac{3n_e k_B T}{2\Lambda_{ff}(T)} \propto \frac{T^{1/2}}{n_e}$$

V centrech mnoha kup klesá t_{cool} pod 10^9 let, což je hodnota výrazně menší než stáří vesmíru (Hubbleův čas $t_H \approx 1.38 \times 10^{10}$ let). Bez přítomnosti vnějšího ohřevu by plyn musel nekontrolovatelně kolabovat k centru v gigantickém toku chladného plynu (*cooling flow*) o rychlosti stovek hmotností Slunce za rok.

Družice Chandra a XMM-Newton však prokázaly absenci chladného plynu pod $T \sim 1 - 2 \text{ keV}$. Tento objev potvrdil zásadní roli **zpětné vazby aktivních galaktických jader (AGN feedback)**: centrální supermasivní černá díra periodicky vyfukuje relativistické bubliny a jety, které plyn mechanicky ohřívají a udržují klastr v dynamické rovnováze.

3.3 Fotoelektrická absorpce rentgenového záření

Když rentgenové záření ze vzdáleného zdroje prochází chladným plynem mezihvězdného prostředí (Interstellar Medium, ISM), interagují fotony s vázanými elektrony v atomech a iontech. Foton s energií $E = h\nu$ zaniká a vyrazí elektron z vnitřní slupky atomu (fotoionizace):

$$h\nu + A \rightarrow A^+ + e^-$$

Účinný průřez fotoelektrické absorpce $\sigma_{\text{ph}}(E)$ má pilovitý charakter. Nad ionizační hranou dané elektronové slupky klesá přibližně podle mocninného zákona:

$$\sigma_{\text{ph}}(E) \approx \sigma_0 \left(\frac{E}{1 \text{ keV}} \right)^{-8/3}$$

Při dosažení vazebné energie hlubší slupky (např. slupky K u kyslíku, neonu, křemíku, síry a železa) účinný průřez skokově vzroste – dochází ke vzniku tzv. **absorpčních K-hran**.

Pozorovaný tok $F(E)$ je zeslaben absorpčním faktorem:

$$F(E) = F_0(E) e^{-\tau(E)} = F_0(E) e^{-\sigma_{\text{ISM}}(E) N_H}$$

kde $N_H = \int n_H ds$ je ekvivalentní sloupcová hustota vodíku podél zorného paprsku [cm^{-2}] a $\sigma_{\text{ISM}}(E)$ je celkový účinný průřez na jeden vodíkový atom při standardním kosmickém zastoupení prvků. V měkkém rentgenovém pásmu pod 1 keV způsobuje sloupcová hustota $N_H \gtrsim 10^{21} \text{ cm}^{-2}$ téměř úplné vymizení toku záření.

3.4 Fluorescenční čára železa Fe K α (6.4 keV)

Po vyražení elektronu ze slupky K (hlavní kvantové číslo $n = 1$) zůstává atom v excitovaném stavu. Deexcitace může proběhnout dvěma způsoby:

1. Vyáření Augerova elektronu (bezezářivý proces).
2. Přeskokem elektronu ze slupky L ($n = 2$, podslupka $2p$) do uvolněného stavu ve slupce K za současného vyzáření fluorescenčního fotonu **Fe K α** .

Pro neutrální či nízko ionizované železo (Fe I až Fe XVI) má tato čára laboratorní klidovou energii přesně:

$$E_{\text{K}\alpha} = 6.40 \text{ keV}$$

Pro silně ionizovaný plyn (helio-podobné ionty Fe XXV a vodíko-podobné Fe XXVI) se energie posouvá na 6.67 keV a 6.97 keV.

V rentgenových binárních systémech a aktivních galaktických jádrech osvětluje horká rentgenová koróna chladnější opticky tlustý akreční disk. Tento jev se nazývá **rentgenová reflexe**. Rentgenové záření koróny vyvolává na povrchu disku fluorescenci železa.

V těsné blízkosti černé díry je profil čáry Fe K α dramaticky deformován dvěma relativistickými jevy:

- **Speciálně-relativistické jevy:** Rychlá rotace disku způsobuje dopplerovské rozšíření čáry na modrém i červeném křídle a relativistický beaming modrého křídla.

- **Obecně-relativistické jevy:** Gravitační pole černé díry způsobuje silný **gravitační červený posuv**, který protahuje červené křídlo čáry k velmi nízkým energiím (až k $3 - 4$ keV).

Tvar a asymetrie čáry $\text{Fe K}\alpha$ závisí na poloměru vnitřního okraje akrečního disku (který odpovídá poslední stabilní kruhové dráze, ISCO). Protože poloměr ISCO je jednoznačně určen bezrozměrným spinem černé díry $a_* = cJ/(GM^2) \in [0, 1]$, představuje profil čáry $\text{Fe K}\alpha$ nejvýznamnější metodu pro přímé měření rotace supermasivních a hvězdných černých děr.

3.5 Modelování transmisního spektra a čáry $\text{Fe K}\alpha$ v Pythonu

Následující kód simuluje rentgenové spektrum akreující černé díry složené z mocninného kontinua koróny, mezihvězdné fotoelektrické absorpce a relativisticky rozšířené fluorescenční čáry železa $\text{Fe K}\alpha$.

```
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt

def xray_absorption_and_iron_line():
    # Energetická osa od 0.3 keV do 12 keV
    energy = np.linspace(0.3, 12.0, 1000) # [keV]

    # Primární mocinné spektrum kontinua koróny:  $F(E) \sim E^{(-\Gamma)}$ 
    gamma_index = 1.8
    continuum = energy ** (-gamma_index)

    # Fotoelektrická absorpce ISM:  $\sigma(E) \sim \sigma_0 * E^{(-8/3)}$ 
    # Ekvivalentní sloupcová hustota  $N_H$  v jednotkách  $10^{21} \text{ cm}^{-2}$ 
    n_h_factor = 2.5
    tau_abs = n_h_factor * (energy / 1.0) ** (-8.0 / 3.0)
    absorbed_continuum = continuum * np.exp(-tau_abs)

    # Relativistická fluorescenční čára Fe K-alpha
    # Klidová energie 6.4 keV s asymetrickým relativistickým profilem (gravitační posuv)
    e_rest = 6.4
    sigma_line = 0.4
    # Asymetrický Gauss s prodlouženým červeným křídlem (reprezentace ISCO)
    line_profile = np.where(energy < e_rest,
                             np.exp(-0.5 * ((energy - e_rest) / (2.0 * sigma_line))**2),
                             np.exp(-0.5 * ((energy - e_rest) / (0.6 * sigma_line))**2))
    line_flux = 0.15 * line_profile

    # Výsledné spektrum
    total_spectrum = absorbed_continuum + line_flux * np.exp(-tau_abs)

    print(f"Index kontinua koróny Gamma: {gamma_index}")
    print(f"Fotoelektrická optická tloušťka při 1 keV: tau = {tau_abs[np.argmin(np.abs(energy - 1.0))]:.2f}")
    print(f"Centrální energie čáry železa: {e_rest} keV")
    return energy, total_spectrum

e, spec = xray_absorption_and_iron_line()
```

Část II: Fyzika akrece a kompaktní objekty

Druhá část monografie se zabývá nejúčinnějším energetickým strojem ve vesmíru: uvolňováním gravitační vazebné energie při dopadu plynu do hluboké potenciálové jámy kompaktního objektu (bílé trpaslíci, neutronové hvězdy a černé díry). Zatímco termonukleární fúze vodíku na hélium dokáže přeměnit pouze 0.7 % klidové hmotnosti na energii ($\eta = 0.007$), akrece na rotující Kerrovu černou díru dosahuje zářivé účinnosti až $\eta \approx 42\%$.

Tato část se podrobně věnuje:

- **Akrečním diskům Šakura–Sjunjajev:** Hydrodynamické stavbě geometricky tenkých, opticky tlustých disků, viskóznímu α -předpisu, radiálnímu profilu teploty a advekčně dominovaným tokům (ADAF/RIAF).
- **Rentgenovým binárním systémům a mikrovazarům:** Hmotným a málohmotným rentgenovým dvojhvězdám (HMXB a LMXB), akreci na magnetizované neutronové hvězdy, spektrálním přechodům mezi stavy (Hard a Soft state) a relativistickým jetům se zdánlivým nadsvětelným pohybem.
- **Aktivním galaktickým jádrům (AGN) a relativistickým jetům:** Unifikovanému modelu AGN, Blandfordovu–Znajekovu mechanismu extrakce rotační energie Kerrových černých děr a relativistickému beamingovému zesílení v blazarech.

Kapitola 4: Akreční disky Šakura–Sjunjajev

Akreční procesy představují nejúčinnější známý mechanismus uvolňování energie ve vesmíru. Plyn padající do gravitačního pole kompaktního objektu s sebou nese specifický moment hybnosti. V důsledku zákonů zachování nemůže hmota dopadnout přímo na povrch centrálního tělesa, nýbrž se usazuje v rotujícím plynoprachovém disku, kde dochází k viskóznímu tření, disipaci kinetické energie a postupnému spirálnímu pohybu plynu k centru.

4.1 Fyzika akrece a Eddingtonova mez svítivosti

Maximální zářivý výkon, který může stabilní akreující těleso emitovat v izotropním režimu, je určen rovnováhou mezi gravitační přitažlivou silou a tlakem záření působícím na dopadající plyn. Tento limit se nazývá **Eddingtonova mez (Eddington limit)**.

Uvažujme plně ionizovaný vodíkový plyn (protony a volné elektrony) ve vzdálenosti r od centrálního tělesa o hmotnosti M . Gravitační síla působí primárně na masivní protony:

$$F_{\text{grav}} = \frac{GM(m_p + m_e)}{r^2} \approx \frac{GMm_p}{r^2}$$

Záření o bolometrické svítivosti L naopak vyvíjí radiační sílu především na volné elektrony prostřednictvím Thomsonova rozptylu:

$$F_{\text{rad}} = \frac{L\sigma_T}{4\pi r^2 c}$$

Vzhledem k elektrostatickému přitahování mezi elektrony a protony se plyn pohybuje jako celek. V mezním stavu dynamické rovnováhy $F_{\text{rad}} = F_{\text{grav}}$ dostáváme **Eddingtonovu svítivost**:

$$L_{\text{Edd}} = \frac{4\pi GMm_p c}{\sigma_T} \approx 1.26 \times 10^{38} \left(\frac{M}{M_\odot} \right) \quad [\text{erg} \cdot \text{s}^{-1}]$$

Svítivost L souvisí s akreční rychlostí (hmotnostním tokem) $\dot{M} = dM/dt$ vztahem:

$$L = \eta \dot{M} c^2$$

kde η je **zářivá účinnost akrece**. Zatímco termojaderná fúze čtyř protonů na jádro helia uvolňuje $\eta \approx 0.007$, pro akreci na nerotující (Schwarzschildovu) černou díru je účinnost rovna vazebné energii na poslední stabilní kruhové dráze (ISCO, $r_{\text{isco}} = 6GM/c^2$):

$$\eta_{\text{Schw}} = 1 - \sqrt{8/9} \approx 0.0572 \quad (5.7\%)$$

Pro extrémně rotující (Kerrovu) černou díru se spinem $a_* = 1$ se poloměr ISCO zmenšuje až na horizont událostí $r_{\text{isco}} = GM/c^2$ a zářivá účinnost pro korotující akreci dosahuje teoretického maxima:

$$\eta_{\text{Kerr}} = 1 - \sqrt{1/3} \approx 0.4226 \quad (42.3\%)$$

4.2 Standardní tenký α -disk Šakura & Sunyaev (1973)

V přelomové práci Nikolaje Šakury a Rašida Sjunjajeva (1973) byl zformulován model stacionárního, geometricky tenkého a opticky tlustého akrečního disku.

Základní předpoklady modelu jsou:

1. **Geometrická tenkost:** Polotloušťka disku H je v každém poloměru r mnohem menší než samotný poloměr: $H/r \ll 1$.
2. **Keplerovská rotace:** Obíhající plyn má keplerovskou úhlovou rychlost $\Omega_K(r) = \sqrt{GM/r^3}$. Radiální driftová rychlost plynu $v_r \ll v_\phi$.
3. **Hydrostatická rovnováha ve vertikálním směru:** Vertikální složka gravitace černé díry je vyvažována vertikálním gradientem tlaku plynu a záření:

$$\frac{H}{r} \approx \frac{c_s}{v_\phi} \ll 1$$

kde $c_s = \sqrt{\partial P / \partial \rho}$ je lokální izotermální rychlost zvuku.

Hlavní fyzikální záhadou akrece byl mechanismus viskózního přenosu momentu hybnosti. Molekulární viskozita v plynu je o 12 řádů příliš malá. Šakura a Sjunjajev proto zavedli fenomenologický α -**předpis pro turbulentní tenzor napětí**:

$$t_{r\phi} = \alpha P$$

kde P je celkový tlak (tlak plynu P_{gas} plus tlak záření P_{rad}) a $\alpha \leq 1$ je bezrozměrný parametr turbulentní vazby (v reálných discích $\alpha \sim 0.01 - 0.1$). Fyzikální podstata této turbulence byla vysvětlena až v roce 1991 Stevenem Balbusem a Johnem Hawleym jako **magnetorotační nestabilita (MRI)** slabého magnetického pole v diferenciálně rotujícím vodiči.

Z rovnice kontinuity a zachování momentu hybnosti vyplývá, že viskózní disipace energie na jednotku plochy povrchu disku (z obou stran disku) nezávisí na konkrétní hodnotě α :

$$D(r) = \frac{3GM\dot{M}}{8\pi r^3} \left[1 - \left(\frac{r_{\text{in}}}{r} \right)^{1/2} \right]$$

kde r_{in} je vnitřní okraj disku (pro černou díru $r_{\text{in}} \equiv r_{\text{isco}}$), na němž se předpokládá nulové viskózní napětí (tzv. *no-torque boundary condition*).

4.3 Radiální profil teploty a vícebarevné spektrum disku

Protože je disk opticky tlustý ve vertikálním směru ($\tau \gg 1$), vyzařuje každý element povrchu disku lokálně jako absolutně černé těleso s efektivní teplotou $T(r)$ určenou Stefanovým-Boltzmannovým zákonem $D(r) = \sigma_{\text{SB}} T(r)^4$:

$$T(r) = \left\{ \frac{3GM\dot{M}}{8\pi\sigma_{\text{SB}}r^3} \left[1 - \left(\frac{r_{\text{in}}}{r} \right)^{1/2} \right] \right\}^{1/4}$$

Pro velké vzdálenosti od vnitřního okraje ($r \gg r_{\text{in}}$) člen v závorce konverguje k jedničce a dostáváme univerzální mocninný profil:

$$T(r) \propto r^{-3/4}$$

Maximální teploty dosahuje disk v poloměru $r_{\text{max}} = (49/36)r_{\text{in}} \approx 1.36r_{\text{in}}$:

$$T_{\text{max}} \approx 0.488 \left(\frac{3GM\dot{M}}{8\pi\sigma_{\text{SB}}r_{\text{in}}^3} \right)^{1/4} \propto M^{-1/4} \dot{M}^{1/4}$$

Tato závislost vysvětluje fundamentální spektrální rozdíl mezi kompaktními objekty:

- **Hvězdné černé díry** ($M \sim 10M_\odot$): Malý poloměr horizontu vede k extrémní teplotě $T_{\text{max}} \sim 10^7$ K ($k_B T_{\text{max}} \sim 1$ keV). Akreční disk září v **měkkém rentgenovém oboru**.

- **Supermasivní černé díry v AGN** ($M \sim 10^8 M_\odot$): Vzhledem k závislosti $T_{\max} \propto M^{-1/4}$ klesá teplota na $T_{\max} \sim 10^5$ K ($k_B T_{\max} \sim 10$ eV). Disk září v **optickém a ultrafialovém oboru** (tzv. *Big Blue Bump*).

Celkový spektrální tok disku pozorovaný pod úhlem sklonu i ze vzdálenosti d získáme integrací lokálních Planckových funkcí $B_\nu(T(r))$:

$$F_\nu = \frac{2\pi \cos i}{d^2} \int_{r_{\text{in}}}^{r_{\text{out}}} B_\nu(T(r)) r \, dr$$

Toto spektrum se nazývá **vícebarevné spektrum černého tělesa (Multi-Color Disk Blackbody, MCD)** a vykazuje tři charakteristické oblasti:

1. Nízké frekvence ($h\nu \ll k_B T_{\text{out}}$): Rayleighův-Jeansův limit vnějšího okraje, $F_\nu \propto \nu^2$.
2. Střední frekvence ($k_B T_{\text{out}} \ll h\nu \ll k_B T_{\text{max}}$): Vlastní příspěvek disku s profilem $T \propto r^{-3/4}$, integrace dává $F_\nu \propto \nu^{1/3}$.
3. Vysoké frekvence ($h\nu \gtrsim k_B T_{\text{max}}$): Exponenciální pád Wienova typu z nejnitřnějších horkých částí disku, $F_\nu \propto \nu^3 e^{-h\nu/(k_B T_{\text{max}})}$.

4.4 Advekčně dominované toky (ADAF / RIAF)

Pokud akreční rychlost klesne hluboko pod Eddingtonovu mez ($\dot{M} \ll 0.01 \dot{M}_{\text{Edd}}$), hustota plynu v disku se dramaticky sníží a optická tloušťka klesne pod 1 ($\tau \ll 1$). Za těchto podmínek dochází k selhání Coulombovské výměny tepla mezi ionty a elektrony.

Vzniká dvouteplotní plazma: ionty (protony), které viskózně absorbují gravitační energii, se zahřejí na téměř viriální teplotu $T_i \sim 10^{11} - 10^{12}$ K, zatímco elektrony chladnou synchrotronovým a Comptonovým vyzařováním na $T_e \sim 10^9 - 10^{10}$ K. Ionty nestačí předat teplo elektronům dříve, než jsou vtaženy pod horizont událostí.

Tento režim se nazývá **ADAF (Advection-Dominated Accretion Flow)** nebo obecněji **RIAF (Radiatively Inefficient Accretion Flow)** (Narayan & Yi 1994).

- Geometrie disku se mění z tenkého plochého disku na tlustý toroidální plynoprachový torus ($H/r \sim 1$).
- Zářivá účinnost prudce klesá: $\eta \propto \dot{M}/\dot{M}_{\text{Edd}} \ll 0.1$. Téměř veškerá gravitační vazebná energie je advekcí vmetena do černé díry.

Klasickým a nejbližším představitelem toku RIAF je supermasivní černá díra **Sagittarius A*** v centru naší Galaxie ($M \approx 4.15 \times 10^6 M_\odot$), která navzdory dostatku okolního plynu září výkonem pouhých $L \sim 10^{36} \text{ erg} \cdot \text{s}^{-1} \sim 10^{-9} L_{\text{Edd}}$.

4.5 Numerická integrace spektra akrečního disku v Pythonu

Následující skript integruje spektrum tenkého Šakura-Sjunjajevova akrečního disku kolem desetinásobku hmotnosti Slunce a demonstruje asymptotický sklon $F_\nu \propto \nu^{1/3}$.

```

import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt

def multi_color_disk_spectrum():
    # Fyzikální konstanty CGS
    G = 6.674e-8
    c = 2.998e10
    h = 6.626e-27
    k_B = 1.381e-16
    sigma_sb = 5.670e-5
    M_sun = 1.989e33

    # Parametry systému: Hvězdná černá díra v rentgenové dvojhvězdě
    M = 10.0 * M_sun
    M_dot = 1e18 # Akreční tok [g/s] (~0.1 Eddingtona)
    r_isco = 6.0 * G * M / c**2 # Vnitřní okraj (Schwarzschild ISCO)
    r_out = 1000.0 * r_isco # Vnější okraj disku

    # Radiální síť pro integraci
    r = np.logspace(np.log10(r_isco * 1.001), np.log10(r_out), 400)

    # Teplotní profil T(r)
    factor = (3.0 * G * M * M_dot) / (8.0 * np.pi * sigma_sb * r**3)
    t_profile = (factor * (1.0 - np.sqrt(r_isco / r))) ** 0.25
    t_max = np.max(t_profile)

    # Frekvenční síť od optiky po tvrdý rentgen (10^14 až 10^19 Hz)
    nu = np.logspace(14, 19, 300)
    f_nu = np.zeros_like(nu)

    # Numerická integrace:  $F_{\nu} \sim \int B_{\nu}(T(r)) 2\pi r dr$ 
    for i, freq in enumerate(nu):
        # Planckova funkce  $B_{\nu}(T)$ 
        exp_arg = (h * freq) / (k_B * t_profile)
        # Ošetření přetečení ve Wienově limitu
        b_nu = np.where(exp_arg < 100.0,
                        (2.0 * h * freq**3 / c**2) / (np.exp(exp_arg) - 1.0),
                        0.0)

        # Lichoběžníková integrace přes r
        integrand = b_nu * 2.0 * np.pi * r
        f_nu[i] = np.trapezoid(integrand, r)

    print(f"Maximální teplota disku: T_max = {t_max:.2e} K (k_B * T_max = {k_B * t_max / 1.602e-9:.2f} keV)")
    return nu, f_nu

```

```
nu, f_nu = multi_color_disk_spectrum()
```

Kapitola 5: Rentgenové binární systémy a mikrokvazary

Rentgenové binární systémy (X-ray Binaries, XRBs) představují hvězdné laboratoře pro výzkum fyziky silné gravitace a plazmatu v extrémních magnetických polích. Skládají se z kompaktního objektu (neutronové hvězdy nebo černé díry) a sekundární optické hvězdy (dárce hmoty), z níž je plyn gravitačně přetahován na kompaktního souputníka.

5.1 Klasifikace XRBs: HMXB versus LMXB

Podle spektrálního typu a hmotnosti sekundární hvězdy dělíme rentgenové dvojhvězdy do dvou fundamentálních tříd:

Hmotné rentgenové dvojhvězdy (High-Mass X-ray Binaries, HMXB)

Dárce hmoty je mladá, zářivá masivní hvězda spektrální třídy O nebo B s hmotností typicky $M_{\text{opt}} \gtrsim 10M_{\odot}$.

- **Mechanismus akrece:** Masivní hvězda generuje intenzivní hvězdný vítr hnaný tlakem záření v absorpčních čarách s hmotnostním úbytkem $\dot{M}_{\text{wind}} \sim 10^{-6} - 10^{-5} M_{\odot}/\text{rok}$ a rychlostí $v_{\text{wind}} \sim 1000 - 2000 \text{ km/s}$. Kompaktní objekt prolétá tímto větrem a zachycuje plyn mechanismem Bondiho-Hoyleovy-Lyttletonovy akrece:

$$R_{\text{acc}} = \frac{2GM}{v_{\text{rel}}^2}, \quad \dot{M}_{\text{acc}} \approx \pi R_{\text{acc}}^2 \rho_{\text{wind}} v_{\text{rel}}$$

kde $v_{\text{rel}} = \sqrt{v_{\text{wind}}^2 + v_{\text{orb}}^2}$.

- **Galaktická populace:** HMXB patří k mladé populaci I a nacházejí se výhradně v rovině galaktického disku a ve spirálních ramenech s aktivní tvorbou hvězd.

Málohmotné rentgenové dvojhvězdy (Low-Mass X-ray Binaries, LMXB)

Dárce hmoty je vyvinutá hvězda hlavní posloupnosti, podobr nebo červený obr o hmotnosti $M_{\text{opt}} \leq M_{\odot}$.

- **Mechanismus akrece:** Slabý hvězdný vítr sekundáru nepostačuje k napájení rentgenového záření. Akrece probíhá přetokem přes vnitřní Lagrangeův bod L_1 po **vyplnění Rocheova laloku**. Efektivní poloměr Rocheova laloku dárce r_L je dán Eggletonovým vzorcem:

$$\frac{r_L}{a} \approx \frac{0.49 q^{2/3}}{0.6 q^{2/3} + \ln(1 + q^{1/3})}$$

kde a je velká poloosa oběžné dráhy a $q = M_{\text{opt}}/M_{\text{compact}}$ je poměr hmotností. Plyn protékající přes bod L_1 nese vysoký moment hybnosti a formuje rozsáhlý akreční disk.

- **Galaktická populace:** LMXB patří ke staré populaci II; jsou hojně zastoupeny v galaktickém halo a kulových hvězdokupách.

5.2 Rentgenové pulsary: Akrece na magnetizované neutronové hvězdy

Pokud je kompaktním objektem mladá neutronová hvězda se silným magnetickým dipólovým polem ($B \sim 10^{12} - 10^{13} \text{ G}$), rotující magnetosféra zcela rozruší vnitřní část akrečního disku.

Bod, v němž magnetický tlak pole převáží dynamický tlak dopadajícího plynu, se nazývá **Alfvénův magnetosférický poloměr**:

$$\frac{B^2(r_A)}{8\pi} \approx \rho v^2 \implies r_A \approx \left(\frac{\mu^4}{2GM\dot{M}^2} \right)^{1/7}$$

kde $\mu = BR_{\text{NS}}^3$ je magnetický dipólový moment neutronové hvězdy. Uvnitř r_A je plyn nucen sledovat magnetické siločáry a je trychtýřovitě naváděn na magnetické póly.

V těsné blízkosti povrchu ($r \sim R_{\text{NS}} \approx 10 - 12$ km) dopadá plyn na plochu **polárních čepiček** (o rozměru pouhých ~ 1 km²) rychlostí $v \approx 0.5c$. Kinetická energie je disipována v radičním šoku a vyzařována jako tvrdé rentgenové záření s výkonem $L_X \sim 10^{36} - 10^{38} \text{ erg} \cdot \text{s}^{-1}$.

Jelikož magnetická osa obecně nesouhlasí s osou rotace neutronové hvězdy, rotace vytváří modulaci toku vůči pozorovateli – objekt se jeví jako **rentgenový pulsar** s periodami od milisekund po stovky sekund (např. Her X-1, Cen X-3).

5.3 Spektrální stavy černoděrných rentgenových nov a diagram tvrdosti (HID)

Tranzientní rentgenové binární systémy obsahující černou díru (tzv. rentgenové novy) procházejí během svých erupcí dramatickým vývojem geometrie akrečního toku. Tento cyklus se standardně vizualizuje v **diagramu tvrdosti a intenzity (Hardness-Intensity Diagram, HID)**, kde erupce opisuje charakteristickou hysterezní křivku ve tvaru písmene „q“:

1. **Low/Hard State (LHS):** * Plyn akreuje v geometricky tlustém, opticky tenkém režimu ADAF. Opticky tlustý disk je zkrácen na velkém poloměru $r_{\text{in}} \gg r_{\text{isco}}$. * Spektrum je tvrdé, dominované inverzním Comptonovým rozptylem v horké elektronové koróně ($k_B T_e \sim 100$ keV, fotonový index $\Gamma \approx 1.5 - 1.7$). * Z tělesa tryská stacionární, kolimovaný rádiový jet.
2. **High/Soft State (HSS):** * Se vzrůstající akreční rychlostí se tenký Šakura-Sjunjajevův disk ochladí a přiblíží se až k poslední stabilní dráze r_{isco} . * Spektrum je měkké, plně dominované vícebarevným termálním vyzařováním disku ($k_B T_{\text{max}} \sim 1$ keV), zatímco mocinná složka koróny je potlačena. * Rádiový jet je v tomto stavu zcela uhašen (*quenched*).
3. **Very High / Intermediate State:** * Přečtové fáze, během nichž dochází k odtržení diskretních ultrarelativistických plazmových uzlů vyvrhovaných vysokou rychlostí do okolí.

5.4 Mikrokvarzy a zdánlivý nadsvětelný pohyb

Mikrokvarzy jsou rentgenové dvojhvězdy, které disponují relativistickými rádiovými jety vyvrhujícími plazma rychlostmi blízkými se rychlosti světla (např. Cygnus X-1, SS 433, GRS 1915+105). Představují zmenšené kopie obřích kvazarů v aktivních galaktických jádrech; procesy trvající u supermasivních černých děr miliony let zde probíhají v řádu dnů až týdnů.

Při sledování rádiových uzlů emitovaných mikrokvazarem GRS 1915+105 objevili Felix Mirabel a Luis Rodríguez v roce 1994, že se uzly vzdalují od centrálního zdroje úhlovou rychlostí, která při známé vzdálenosti systému implikuje lineární rychlost vyšší než rychlost světla: $v_{\text{app}} \approx 1.25c$.

Tento **zdánlivý nadsvětelný pohyb (superluminal motion)** je geometrickou iluzí způsobenou konečnou rychlostí šíření světla.

Odvození zdánlivé rychlosti

Uvažujme plazmový blob vyvržený ze zdroje v čase $t = 0$. Blob se pohybuje skutečnou rychlostí $v = \beta c$ pod úhlem θ k zornému paprsku. V laboratorním čase Δt urazí blob dráhu $v\Delta t$:

- Vzdálenost promítnutá do směru kolmého k zornému paprsku (na nebeskou sféru) je:

$$\Delta r_{\perp} = v\Delta t \sin \theta$$

- Blob se zároveň přiblížil k pozorovateli o podélnou vzdálenost:

$$\Delta r_{\parallel} = v\Delta t \cos \theta$$

Světelný signál vyslaný v čase Δt dorazí k pozorovateli dříve o časový rozdíl $\Delta r_{\parallel}/c$. Pozorovaný časový interval mezi vyvržením a dosažením nové polohy je proto:

$$\Delta t_{\text{obs}} = \Delta t - \frac{\Delta r_{\parallel}}{c} = \Delta t(1 - \beta \cos \theta)$$

Zdánlivá příčná rychlost na obloze měřená pozorovatelem činí:

$$v_{\text{app}} = \frac{\Delta r_{\perp}}{\Delta t_{\text{obs}}} = \frac{v \sin \theta}{1 - \beta \cos \theta} \implies \beta_{\text{app}} = \frac{\beta \sin \theta}{1 - \beta \cos \theta}$$

Hledáním extrému funkce $\beta_{\text{app}}(\theta)$ pomocí derivace $d\beta_{\text{app}}/d\theta = 0$ dostáváme podmínku pro maximální zdánlivou rychlost:

$$\cos \theta_{\text{max}} = \beta, \quad \sin \theta_{\text{max}} = \sqrt{1 - \beta^2} = \frac{1}{\gamma}$$

Dosažením zpět do vzorce získáme maximální možnou zdánlivou rychlost:

$$\beta_{\text{app,max}} = \beta\gamma$$

Pro ultrarelativistické rychlosti ($\gamma \gg 1$) je $\beta_{\text{app,max}} \approx \gamma \gg 1$. K nadsvětelné iluzi dochází vždy, když skutečná rychlost částice přesáhne $\beta > 1/\sqrt{2} \approx 0.707c$ a úhel pohledu je dostatečně malý.

5.5 Výpočet zdánlivé nadsvětelné rychlosti v Pythonu

Následující kód počítá a vykresluje závislost zdánlivé rychlosti β_{app} na úhlu pohledu θ pro různé hodnoty Lorentzova faktoru Γ .

```
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt

def superluminal_motion_analysis():
    # Úhlová osa od 0 do 90 stupňů
    theta_deg = np.linspace(0.1, 90.0, 500)
    theta_rad = np.radians(theta_deg)

    # Různé rychlosti jetu beta = v/c
    betas = [0.6, 0.8, 0.92, 0.98, 0.995]

    results = {}
    for b in betas:
        gamma = 1.0 / np.sqrt(1.0 - b**2)
        beta_app = (b * np.sin(theta_rad)) / (1.0 - b * np.cos(theta_rad))
        theta_crit = np.degrees(np.arccos(b))
        max_beta_app = b * gamma
        results[b] = {
            "gamma": gamma,
            "theta_crit": theta_crit,
            "max_beta_app": max_beta_app
        }
        print(f"beta = {b:.3f} (gamma = {gamma:.2f}): theta_max = {theta_crit:.1f}°,
        beta_app_max = {max_beta_app:.2f} c")

    return theta_deg, results

theta, res = superluminal_motion_analysis()
```

Kapitola 6: Aktivní galaktická jádra AGN a relativistické jety

Aktivní galaktická jádra (Active Galactic Nuclei, AGN) představují nejzářivější kvazistacionární zdroje ve vesmíru s bolometrickými svítivostmi dosahujícími $L_{\text{bol}} \sim 10^{42} - 10^{48} \text{ erg} \cdot \text{s}^{-1}$. Jsou poháněna gravitační akrecí plynu na supermasivní černé díry (Supermassive Black Holes, SMBH) o hmotnostech $M_{\text{BH}} \sim 10^6 - 10^{10} M_{\odot}$ v centrech galaxií.

6.1 Unifikovaný model AGN

Vzhledem k obrovské rozmanitosti historických pozorovacích tříd (kvazary, Seyfertovy galaxie 1 a 2, rádiové galaxie, BL Lacertae, blazary) byl Robertem Antonuccim (1993) a Meg Urryovou a Paolem Padovanim (1995) zformulován **unifikovaný model AGN**. Tento model vysvětluje většinu pozorovaných rozdílů pouhou prostorovou orientací nesymetrického systému vůči zornému paprsku pozorovatele.

Každé aktivní galaktické jádro se skládá z následujících základních komponent:

1. **Centrální supermasivní černá díra:** O hmotnosti $10^6 - 10^{10} M_{\odot}$ s poloměrem Schwarzschildova horizontu $r_s = 2GM/c^2 \approx 3 \times 10^{11} (M/10^6 M_{\odot}) \text{ cm}$ (cca 0.02 AU pro Sgr A* až stovky AU pro nejhmotnější kvazary).
2. **Opticky tlustý akreční disk:** Rozprostírá se od poloměru ISCO do vzdáleností $\sim 10^3 - 10^4 r_s$ ($\sim 0.001 - 0.01 \text{ pc}$). Vyzařuje tepelné vícebarevné spektrum v optickém a ultrafialovém pásmu (*Big Blue Bump*).
3. **Rentgenová koróna:** Horké elektrony ($T_e \sim 10^9 \text{ K}$) nad centrální oblastí disku komptonizují UV fotony disku na mocninné rentgenové spektrum.
4. **Oblast širokých čar (Broad Line Region, BLR):** Systém hustých plynných mračen ($n_e \sim 10^9 - 10^{11} \text{ cm}^{-3}$) ve vzdálenosti 0.01 – 0.1 pc obíhající rychlostmi $v \sim 1\,000 - 10\,000 \text{ km/s}$. Vzhledem k vysoké hustotě jsou zakázané přechody kolizně deexcitovány a pozorujeme zde pouze povolené emisní čáry ($\text{H}\alpha$, $\text{H}\beta$, He II , C IV) dopplerovsky rozšířené na šířku tisíců km/s.
5. **Prachový molekulární torus:** Geometricky tlustý toroidální prstenec prachu a plynu ve vzdálenostech 0.1 – 10 pc. Je neprůhledný pro viditelné, UV a měkké rentgenové záření, avšak zahřívá se a re-emituje energii v termálním infračerveném oboru ($\lambda \sim 1 - 100 \mu\text{m}$).
6. **Oblast úzkých čar (Narrow Line Region, NLR):** Řídký plyn ($n_e \sim 10^3 - 10^6 \text{ cm}^{-3}$) sahající od desítek parseků do kiloparseků. Plyn se pohybuje pomaleji ($v \sim 200 - 500 \text{ km/s}$) a září v úzkých povolených i zakázaných čarách ($[\text{O III}] \lambda 5007$, λAA , $[\text{N II}]$, $[\text{S II}]$).

Dělení na typ 1 a typ 2 podle úhlu pohledu

- **AGN typu 1 (unobscured, $\theta < \theta_{\text{torus}}$):** Díváme se dovnitř trychtýře toru. Vidíme přímé záření centrálního akrečního disku i rychlých mračen BLR. Ve spektru jsou přítomny jak široké, tak úzké emisní čáry (např. Seyfert 1, opticky jasné kvazary).
- **AGN typu 2 (obscured, $\theta > \theta_{\text{torus}}$):** Zorný paprsek protíná prachový torus. Přímý pohled na disk a BLR je zablokován absorpcí $A_V \sim 10 - 100 \text{ mag}$. Vidíme pouze rozsáhlou oblast NLR ležící vně toru (např. Seyfert 2). Důkaz tohoto modelu podal Antonucci & Miller (1985), když v polarizovaném světle Seyfertovy galaxie 2 NGC 1068 objevili skryté široké čáry BLR rozptýlené elektrony nad pólem toru.

6.2 Rádiově tiché versus rádiově hlasité AGN

Podle poměru rádiového toku na frekvenci 5 GHz k optickému toku v pásmu B ($R = F_{5\text{ GHz}}/F_B$) dělíme AGN na:

- **Rádiově tichá (Radio-Quiet, $R < 10$):** Tvoří cca 90 % populace AGN (většina Seyfertových galaxií a standardních kvazarů). Nemají výkonné kolimované jety.
- **Rádiově hlasitá (Radio-Loud, $R \geq 10$):** Tvoří cca 10 % populace. Disponují obřími relativistickými výtrysky (jety) vystřelujícími z polárních oblastí na vzdálenosti stovek kiloparseků až megaparseků.

Rádiově hlasité galaxie dělíme podle morfologie jejich rádiových laloků (Fanaroff & Riley 1974):

- **FR I (Fanaroff–Riley I):** Zdroje s nižší svítivostí. Jety jsou nejjasnější u centra a směrem ven se rozšiřují do turbulentních plamenných laloků (tzv. *edge-darkened*, např. M87). Plazma je decelerováno mezigalaktickým prostředím na subrelativistické rychlosti.
- **FR II (Fanaroff–Riley II):** Vysoce zářivé zdroje ($L_{178\text{ MHz}} > 2 \times 10^{25} \text{ W} \cdot \text{Hz}^{-1} \cdot \text{sr}^{-1}$). Výtrysky zůstávají vysoce relativistické po celé své délce a končí v zářivých rázových vlnách – horkých skvrnách (*hot spots*) na samém okraji laloků (*edge-brightened*, např. Cygnus A).

6.3 Blazary a relativistický beaming

Pokud relativistický výtrysk rádiově hlasitého AGN míří přímo k pozorovateli ($\theta \lesssim 1/\Gamma$, typicky $\theta < 5^\circ$), nazýváme takový objekt **blazarem** (zahrnuje objekty BL Lacertae a opticky proměnné kvazary s plochým rádiovým spektrem, FSRQ).

V důsledku Lorentzovy transformace je pozorovaný tok záření F_ν dramaticky zesílen **relativistickým Dopplerovým faktorem**:

$$\delta = \frac{1}{\Gamma(1 - \beta \cos \theta)}$$

kde $\Gamma = (1 - \beta^2)^{-1/2}$ je Lorentzův bulk faktor jetu (typicky $\Gamma \sim 10 - 30$). Spektrální hustota toku se transformuje podle vztahu:

$$F_\nu(\nu) = \delta^{3+\alpha} F'_{\nu'}(\nu/\delta)$$

kde α je spektrální index ($F_\nu \propto \nu^{-\alpha}$). Exponent $3 + \alpha$ vzniká součinem:

- jednoho faktoru δ z transformace frekvence ($d\nu = \delta d\nu'$),
- jednoho faktoru δ z dilatace času ($dt = dt'/\delta$),
- dvou faktorů δ^2 z prostorové aberace fotonů ($d\Omega = d\Omega'/\delta^2$).

Pro typické hodnoty $\Gamma = 15$, $\theta = 2^\circ$ a $\alpha = 0.7$ činí Dopplerův faktor $\delta \approx 25$ a zesílení toku dosahuje hodnoty $\delta^{3.7} \approx 25^{3.7} \approx 150\,000$! Proto blazary dominují obloze v oboru vysokoenergetického gama záření družice Fermi-LAT.

6.4 Spouštění jetů: Blandfordův–Znajekův mechanismus

Základní fyzikální otázkou zůstává, co pohání tyto gigantické výtrysky. V roce 1977 navrhli Roger Blandford a Roman Znajek mechanismus, při němž je energie čerpána přímo z **rotační energie samotné Kerrový černé díry**.

Prostoročas v okolí rotující černé díry o bezrozměrném spinu $a_* = cJ/(GM^2) \in [0, 1]$ je popsán Kerrovou metrikou. V oblasti **ergosféry** (mezi vnějším horizontem událostí $r_+ = \frac{GM}{c^2}(1 + \sqrt{1 - a_*^2})$ a plochou statické meze

$r_{\text{stat}}(\theta) = \frac{GM}{c^2}(1 + \sqrt{1 - a_*^2 \cos^2 \theta})$) je prostoročas strháván rotací (Lenseův-Thirringův jev) takovou silou, že žádné těleso nemůže setrvat v klidu vůči vzdálenému pozorovateli.

Akreční disk dopravuje do těsné blízkosti černé díry silné poloidální magnetické pole o magnetickém toku $\Phi_{\text{BH}} \sim \pi r_+^2 B_n$. Magnetosféra v ergosféře je vyplněna beztížným plazmatem ($B^2/(8\pi) \gg \rho c^2$), což odpovídá bezsilové elektrodynamice (Force-Free Electrodynamics, FFE).

Rotace časoprostoru indukuje podél magnetických siločar obří elektrické napětí (analogicky k Faradayovu homopolárnímu generátoru). Výsledný výkon extrahovaný z rotace černé díry (**Blandfordův-Znajekův výkon**) je:

$$P_{\text{BZ}} = \frac{\kappa}{4\pi c} \left(\frac{GM}{c^2} \right)^2 \Omega_H^2 B_n^2 \approx \frac{\kappa}{16c} \left(\frac{a_*}{1 + \sqrt{1 - a_*^2}} \right)^2 \Phi_{\text{BH}}^2 c^2$$

kde $\Omega_H = \frac{a_* c}{2r_+}$ je úhlová rychlost horizontu událostí a $\kappa \approx 0.053$ je geometrický faktor závislý na topologii pole.

Pro maximálně rotující černou díru ($a_* \rightarrow 1$) v režimu magneticky zadržovaného disku (Magnetically Arrested Disk, MAD) může výkon jetu P_{BZ} dokonce přesáhnout celkový akreční tok klidové hmotnosti: $\eta_{\text{jet}} = P_{\text{BZ}}/(\dot{M}c^2) > 100\%$! Energie jetu nepochází z dopadající hmoty, nýbrž z vyčerpávání kinetické rotace časoprostoru.

6.5 Simulace Blandfordova-Znajekova výkonu v Pythonu

Následující kód počítá a porovnává výkon Blandfordova-Znajekova procesu v závislosti na bezrozměrném spinu černé díry a_* .

```
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt

def blandford_znajek_luminosity():
    # Bezrozměrný spin od 0 do 0.998 (Thorneův limit)
    a_star = np.linspace(0.0, 0.998, 200)

    # Poloměr horizontu událostí v jednotkách  $r_g = G*M/c^2$ 
    r_plus = 1.0 + np.sqrt(1.0 - a_star**2)

    # Úhlová frekvence horizontu:  $\Omega_H = a_{\text{star}} / (2 * r_{\text{plus}})$  v jednotkách  $c/r_g$ 
    omega_h = a_star / (2.0 * r_plus)

    # BZ výkon  $P_{\text{BZ}} \sim \Omega_H^2$ 
    # Normalizováno na jednotkový magnetický tok
    p_bz = omega_h**2
    p_bz_norm = p_bz / np.max(p_bz)

    # Porovnání pro vybrané hodnoty spinu
    spins = [0.1, 0.5, 0.9, 0.998]
    print("--- Blandford-Znajek Relativní Výkon ---")
    for s in spins:
        rp = 1.0 + np.sqrt(1.0 - s**2)
        wh = s / (2.0 * rp)
        p = wh**2 / np.max(p_bz)
        print(f"Spin  $a^* = \{s:.3f\}$ :  $r_H = \{rp:.3f\}$   $r_g$ ,  $P_{\text{BZ}} / P_{\text{max}} = \{p:.4f\}$  ( $\{p*100:.1f\}$ 
        %)")

    return a_star, p_bz_norm

a, p = blandford_znajek_luminosity()
```

Část III: Explosivní transienční jevy

Třetí část monografie otevírá fascinující svět kataklyzmatických transienčních procesů v hlubokém vesmíru. Tyto události uvolňují během několika milisekund až desítek sekund energii srovnatelnou s vyzařenou energií celých galaxií nebo desítek tisíc běžných supernov.

V této části prozkoumáme:

- **Gama záblesky (Gamma-Ray Bursts, GRB) a kolapsary:** Bimodalitu doby trvání (T_{90}), model kolapsaru masivních hvězd, relativistický model ohnivé koule (*fireball*), kompaktnostní paradox vyžadující ultrarelativistické Lorentzovy faktory $\Gamma \gtrsim 100$ a fyziku synchrotronových dosvitů (afterglows).
- **Magnetary a rychlé rádiové záblesky (Fast Radio Bursts, FRB):** Neutronové hvězdy s extrémním magnetickým polem překračujícím kritickou Schwingerovu mez kvantové elektrodynamiky ($B_{\text{QED}} \approx 4.41 \times 10^{13} \text{ G}$), hvězdotřesení v jejich kůře, obří gama erupce a záhadné extragalaktické milisekundové záblesky FRB.

Kapitola 7: Gama záblesky GRB a kolapsary

Gama záblesky (Gamma-Ray Bursts, GRB) představují nejmohutnější výbuchy ve vesmíru od dob Velkého třesku. Během několika sekund uvolní v úzkém kuželu energii $E_{\text{iso}} \sim 10^{51} - 10^{54}$ erg, což odpovídá okamžité svítivosti převyšující souhrnný zářivý výkon všech hvězd v pozorovatelném vesmíru.

7.1 Dvoudílná bimodalita GRB

Historický katalog družice Compton Gamma-Ray Observatory (přístroj BATSE, Kouveliotou et al. 1993) odhalil, že rozdělení doby trvání záblesků T_{90} (časový interval, během něhož detektor zaznamená 90 % celkové fluence záblesku) vykazuje výraznou **bimodální distribuci** se dvěma zřetelnými populacemi:

1. Krátké gama záblesky (Short GRB, sGRB)

- Doba trvání: $T_{90} < 2$ s (střední hodnota kolem 0.2 s).
- Spektrální tvrdost: Tvrdší spektrum s vyšším podílem fotonů nad 300 keV.
- Fyzikální původ: Splynutí (merger) dvou neutronových hvězd (BNS) nebo neutronové hvězdy a černé díry (NS-BH). Tuto teorii definitivně potvrdila společná detekce gravitačních vln a krátkého gama záblesku **GW170817 / GRB 170817A**.

2. Dlouhé gama záblesky (Long GRB, IGRB)

- Doba trvání: $T_{90} > 2$ s (typicky desítky sekund až minuty).
- Spektrální tvrdost: Měkčí energetické spektrum.
- Fyzikální původ: Gravitační kolaps jader velmi masivních rychle rotujících hvězd (model kolapsaru).

7.2 Model kolapsaru a asociace se supernovami

Původ dlouhých gama záblesků teoreticky formuloval Stan Woosley a Andrew MacFadyen (1999) v **modelu kolapsaru (Collapsar model)**. Mateřskou hvězdou je masivní Wolfova-Rayetova hvězda ($M_{\text{ZAMS}} \gtrsim 25 - 30 M_{\odot}$), která v průběhu vývoje ztratila svou vodíkovou a heliovou obálku v důsledku intenzivního hvězdného větru (obnažené jádro typu WO/WC).

Klíčové fáze kolapsaru:

1. Vyčerpání jaderného paliva v železném jádře vede k okamžitému gravitačnímu kolapsu na černou díru během zlomku sekundy.
2. Vzhledem k vysokému počátečnímu momentu hybnosti nemůže rovníkový materiál dopadnout přímo pod horizont událostí a vytváří hyper-akreční disk o hmotnosti $M_{\text{disk}} \sim 0.1 - 1 M_{\odot}$ s gigantickou akreční rychlostí $\dot{M} \sim 0.01 - 1 M_{\odot}/\text{s}$.
3. Akreční disk je chlazen mohutnou emisí neutrin a antineutrin ($L_{\nu} \sim 10^{53} \text{ erg} \cdot \text{s}^{-1}$). Jejich anihilace ($\nu + \bar{\nu} \rightarrow e^+ + e^-$) podél osy rotace spolu s magnetohydrodynamickým Blandfordovým-Znajekovým procesem vytvoří dvojici ultrarelativistických polárních výtrysků.
4. Tyto jety musí během několika sekund prorazit kolabující obálku mateřské hvězdy o poloměru $R_* \sim 10^{11} \text{ cm}$. Pokud jet úspěšně prorazí na povrch (*breakout*), expanduje do volného prostoru jako relativistický gama záblesk.

Přímý důkaz tohoto modelu přinesla pozorování záblesků **GRB 980425** (asociovaného s neobvykle energetickou supernovou SN 1998bw) a **GRB 030329** (asociovaného se supernovou SN 2003dh). V optickém dosvitu se po odeznění záblesku po 10 až 15 dnech objevilo typické spektrum **supernovy typu Ic s extrémně širokými absorpčními čarami (SN Ic-BL)**, svědčící o expanzních rychlostech rázové vlny přesahujících 30 000 km/s (0.1c).

7.3 Model ohnivé koule a kompaktnostní paradox

Typický gama záblesk vykazuje extrémní časovou proměnnost toku na škálách $\delta t \sim 1 - 10$ ms. Z kauzality plyne, že velikost vyzařující oblasti v klidové soustavě nemůže přesáhnout vzdálenost uraženou světlem:

$$R \leq c \delta t \approx 3 \times 10^7 - 3 \times 10^8 \text{ cm} \approx 300 - 3000 \text{ km}$$

Pokud by se energie $E \sim 10^{51}$ erg vygenerovala v takto nepatrném objemu izotropně a stacionárně, byla by hustota fotonů tak enormní, že by fotony s energiemi $h\nu_1 \cdot h\nu_2 \geq 2(m_e c^2)^2$ podléhaly lavinové produkci elektron-pozitronových párů:

$$\gamma + \gamma \rightarrow e^+ + e^-$$

Optická tloušťka vůči párové produkci v izotropním statickém zdroji by dosahovala astronomické hodnoty:

$$\tau_{\gamma\gamma} \approx \sigma_T \left(\frac{L}{4\pi R c \langle h\nu \rangle} \right) R \sim 10^{13} \gg 1$$

Opticky tlusté prostředí by fotony dokonale termalizovalo do Planckova spektra černého tělesa a žádné fotony s energiemi nad 511 keV by nemohly uniknout. Kosmické observatoře (CGRO, Fermi-LAT) však měří čistě netermální mocninná spektra s fotony o energiích desítek GeV! Tento rozpor je znám jako **kompaktnostní paradox (Compactness Problem)**.

Vyřešení relativistickou expanzí: $\Gamma \gtrsim 100$

Paradox je elegantně vyřešen tím, že zářící plazma se pohybuje směrem k pozorovateli jako ultrarelativistická **ohnivá koule (fireball)** s bulk Lorentzovým faktorem $\Gamma \gg 1$:

1. Vzhledem k Dopplerovu posuvu mají fotony v klidové soustavě plazmatu energii nižší o faktor Γ : $E' = E/\Gamma$. Prahová energie pro tvorbu párů v laboratorní soustavě se posouvá na $E_{\text{th}} \approx \Gamma^2 (m_e c^2)^2 / E$, takže jen zanedbatelný zlomek fotonů má dostatečnou energii.
2. Skutečný poloměr vyzařování je díky dilataci času a relativistickému stlačení vlnoplochy mnohem větší:

$$R \approx 2\Gamma^2 c \delta t$$

1. Úhel srážky fotonů je vlivem aberace sevřen do úzkého kužele $\theta \sim 1/\Gamma$, což dramaticky snižuje invariantní energii srážky.

Kombinací těchto efektů klesá optická tloušťka s Lorentzovým faktorem jako:

$$\tau_{\gamma\gamma} \propto \Gamma^{-(2\alpha+4)}$$

Z podmínky transparentnosti $\tau_{\gamma\gamma} < 1$ pro fotony o energii ~ 10 GeV detekované družicí Fermi-LAT dostáváme nekompromisní mez:

$$\Gamma \gtrsim 100 - 1000$$

Gama záblesky jsou tak nejrychlejšími makroskopickými toky hmoty ve známém vesmíru, jejichž rychlost dosahuje 99.9995 % rychlosti světla.

7.4 Vnitřní a vnější rázové vlny: Mechanismus dosvitu (Afterglow)

Standardní model ohnivé koule dělí emisi záblesku do dvou fází:

Vnitřní rázové vlny (Internal Shocks) – Promptní emise

Centrální motor nepracuje spojitě, nýbrž vyvrhuje sérii plazmových slupek s proměnnou rychlostí a různými Lorentzovými faktory $\Gamma_1 > \Gamma_2$. Rychlejší slupka dohoní pomalejší ve vzdálenosti:

$$R_{\text{int}} \approx 2\Gamma^2 c \Delta t \sim 10^{13} - 10^{15} \text{ cm}$$

Při jejich vzájemné kolizi vzniká vnitřní rázová vlna, která urychlí elektrony a vygeneruje magnetické pole. Výsledkem je vysoce proměnlivá **promptní gama emise** trvající sekundy.

Vnější rázové vlny (External Shocks) – Dlouhodobý dosvit (Afterglow)

Sloučený relativistický ejekt pokračuje v expanzi a ve vzdálenostech $R_{\text{ext}} \sim 10^{16} - 10^{17} \text{ cm}$ začíná narážet do chladného okolního mezihvězdného plynu (ISM).

Vzniká dopředná rázová vlna (forward shock), která plyn stlačuje a ohřívá, a zpětná rázová vlna (reverse shock) pronikající zpět do ejektu. Jak rázová vlna nabírá okolní hmotu, začíná decelerovat podle samo-podobného řešení **Blandforda a McKeeho (1976)**:

$$\Gamma(R) \propto R^{-3/2}, \quad \Gamma(t) \propto t^{-3/8}$$

Elektrony urychlené na rázové vlně vyzařují širokopásmové synchrotronové záření. S tím, jak rázová vlna chladne a zpomaluje, posouvá se vrchol emise v čase od gama záření přes rentgenové a optické až po rádiové pásmo. Tento **dosvit (afterglow)** je pozorovatelný po celé týdny až měsíce.

Když Lorentzův faktor klesne natolik, že úhel relativistického vyzařovacího kužele $1/\Gamma(t)$ překročí geometrický úhel otevření jetu θ_j ($1/\Gamma \approx \theta_j$), pozorovatel poprvé spatří boční okraje výtrysku a jet začne expandovat i do stran. Ve světelné křivce dosvitu se tento okamžik projeví jako náhlé strmější zalomení poklesu toku (**jet break**), z jehož načasování lze přesně určit geometrii výtrysku a skutečnou (odkolimovanou) energii záblesku:

$$E_\gamma = E_{\text{iso}} (1 - \cos \theta_j) \approx E_{\text{iso}} \frac{\theta_j^2}{2}$$

7.5 Modelování světelné křivky afterglow v Pythonu

Následující kód simuluje pokles synchrotronového toku dosvitu v rentgenovém pásmu v závislosti na čase podle Blandfordova-McKeeova modelu s přechodem přes zlom jetu (*jet break*).

```
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt

def grb_afterglow_lightcurve():
    # Časová osa od 100 sekund do 100 dní po záblesku
    t_sec = np.logspace(2, 7, 500)
    t_days = t_sec / 86400.0

    # Parametry modelu
    p = 2.3 # Index elektronového spektra
    t_break_days = 1.5 # Čas zalomení jetu (jet break) v dnech
    t_break = t_break_days * 86400.0

    # Teoretické sklony poklesu:  $F(t) \sim t^{-\alpha}$ 
    # Před zlomem jetu: sférická expanze  $\alpha_{\text{pre}} = (3p - 2) / 4$ 
    alpha_pre = (3.0 * p - 2.0) / 4.0
    # Po zlomu jetu: boční expanze  $\alpha_{\text{post}} = p$ 
    alpha_post = p

    # Hladké propojení mocninných režimů
    s = 2.0 # Parametr ostrosti přechodu
    flux_norm = 1e-9 # erg / (cm2 s)
    flux = flux_norm * (t_sec / t_break)(-alpha_pre) * (0.5 * (1.0 + (t_sec /
t_break)(s * (alpha_post - alpha_pre))))(-1.0 / s)

    print(f"Index spektra elektronů: p = {p:.2f}")
    print(f"Časový pokles před zlomem jetu: alpha = {alpha_pre:.2f}")
    print(f"Časový pokles po zlomu jetu: alpha = {alpha_post:.2f}")
    print(f"Čas zlomu jetu: t_break = {t_break_days:.1f} dní")
    return t_days, flux

t, f = grb_afterglow_lightcurve()
```

Kapitola 8: Magnetary a Fast Radio Bursts FRB

Neutronové hvězdy představují nejhustší formy hmoty ve vesmíru. Zvláštní skupina těchto objektů – **magnetary** – však překonává veškerou fyzikální představivost tím, že disponuje magnetickým polem, v němž samotná kvantová elektrodynamika vakua vstupuje do silně nelineárního režimu. V nedávných letech se ukázalo, že magnetary jsou bezprostředně spojeny s jednou z největších astrofyzikálních hádanek 21. století: **rychlými rádiovými záblesky (Fast Radio Bursts, FRB)**.

8.1 Fyzika magnetarů a kvantově–elektrodynamická mez

Klasické radiové pulsary mají magnetická dipólová pole o velikosti $B \sim 10^{11} - 10^{12}$ G. U magnetarů však magnetická indukce dosahuje nepředstavitelných hodnot:

$$B \sim 10^{14} - 10^{15} \text{ G} \quad (10^{10} - 10^{11} \text{ T})$$

Tato hodnota výrazně převyšuje **kritickou Schwingerovu mez kvantové elektrodynamiky (QED)**:

$$B_{\text{QED}} = \frac{m_e^2 c^3}{e \hbar} \approx 4.414 \times 10^{13} \text{ G} = 4.414 \times 10^9 \text{ T}$$

Při polích $B > B_{\text{QED}}$ překračuje energie přechodu mezi Landauovými hladinami elektronu $\hbar \omega_B$ klidovou energii elektronu $m_e c^2$. Fyzikální vakuum se polarizuje a projevuje se exotickými jevy:

- **Štěpení fotonů (Photon Splitting)**: Foton gama záření se v magnetickém poli spontánně rozpadá na dva fotony o nižší energii ($\gamma \rightarrow \gamma + \gamma$), aniž by narazil do jakékoliv částice hmoty.
- **Vakuový dvojlom (Vacuum Birefringence)**: Index lomu vakua se stává anizotropním a závisí na polarizaci fotonu vůči magnetickým siločárám (pozorováno polarimetrem IXPE u magnetaru 4U 0142+61).

Vznik magnetického pole: Konvektivní dynamo

Podle modelu Roberta Duncana a Christophera Thompsona (1992) vzniká magnetar v prvních sekundách po kolapsu železného jádra masivní hvězdy. Pokud se proto-neutronová hvězda rodí s extrémně krátkou periodou rotace ($P_0 \leq 1 - 2 \text{ ms}$), dosahuje Rossbyho číslo konvekce $Ro = P_0 / \tau_{\text{conv}} \ll 1$. V plášti se spouští bouřlivé **helikální dynamo**, které organizuje konvekci do velkoškálového dipólového a toroidálního pole a zesiluje jej až k mezi equipartice s kinetickou energií konvekce ($B \sim 10^{15} \text{ G}$).

8.2 Anomální rentgenové pulsary (AXP) a Soft Gamma Repeaters (SGR)

Pozorovatelsky se magnetary projevují jako:

1. **Soft Gamma Repeaters (SGR)**: Zdroje opakovaných záblesků měkkého gama záření.
2. **Anomální rentgenové pulsary (Anomalous X-ray Pulsars, AXP)**: Pomalu rotující neutronové hvězdy ($P \sim 2 - 12 \text{ s}$) s vysokou klidovou rentgenovou svítivostí $L_X \sim 10^{34} - 10^{36} \text{ erg} \cdot \text{s}^{-1}$.

U klasických pulsarů je vyzařovaný výkon kryt ztrátou kinetické energie rotace:

$$\dot{E}_{\text{rot}} = I \Omega |\dot{\Omega}| = 4\pi^2 I \frac{\dot{P}}{P^3}$$

U magnetarů je však naměřená rentgenová svítivost o dva až tři řády vyšší než rotační ztráty: $L_X \gg \dot{E}_{\text{rot}}$! Magnetary nejsou poháněny rotací ani akrecí, nýbrž **disipací a rozpadem vnitřního magnetického pole**. Celková magnetická energie uložená v neutronové hvězdě činí:

$$E_{\text{mag}} = \int \frac{B^2}{8\pi} dV \approx \frac{4\pi}{3} R_{\text{NS}}^3 \frac{B^2}{8\pi} \approx 10^{47} \left(\frac{B}{10^{15} \text{ G}} \right)^2 [\text{erg}]$$

Hvězdotřesení a obří erupce (Giant Flares)

Silné toroidální magnetické pole v jádře neutronové hvězdy neustále difunduje a deformuje pevnou elastickou kůru tvořenou krystalickou mřížkou železných jader. Když mechanické napětí překročí mez pevnosti kůry ($\sigma_{\text{max}} \sim 10^{30} \text{ erg} \cdot \text{cm}^{-3}$), dojde k náhlému křehkému lomu kůry – **hvězdotřesení (starquake)**.

Posun kůry o pouhé zlomky milimetru prudce zkroutí magnetosféru a vyvolá masivní magnetické přepojení (rekonexi). Během zlomku sekundy se uvolní obří množství energie v podobě **obří erupce (Giant Flare)**:

- Příkladem je historická erupce magnetaru **SGR 1806–20** z 27. prosince 2004. Během prvních 200 milisekund dosáhl izotropní zářivý výkon $L_{\text{peak}} \sim 10^{47} \text{ erg} \cdot \text{s}^{-1}$ a celková uvolněná energie činila $E \sim 4 \times 10^{46} \text{ erg}$. Erupce byla tak intenzivní, že ve vzdálenosti 50 tisíc světelných let od Země ionizovala horní vrstvy zemské ionosféry a dočasně oslepila gama detektory všech družic na oběžné dráze.

8.3 Rychlé rádiové záblesky (FRB) a disperzní míra

V roce 2007 objevili Duncan Lorimer a jeho spolupracovníci v archivních datech radioteleskopu Parkes záblesk trvající pouhých 5 milisekund s obrovskou spektrální hustotou toku $\sim 30 \text{ Jy}$ na frekvenci 1.4 GHz. Tento jev dostal označení **Fast Radio Burst (FRB)**.

Záblesky FRB vykazují jasové teploty dosahující $T_b \sim 10^{35} - 10^{37} \text{ K}$. Žádný termální proces nemůže takové teploty dosáhnout; záření musí být striktně **koherentní** (vyzařované fázově synchronizovanými shluky relativistického párového plazmatu nebo maserovým mechanismem).

Při průchodu ionizovaným mezigalaktickým plazmatem podléhá rádiová vlna frekvenční disperzi. Disperzní relace elektromagnetické vlny v chladném plazmatu s plazmovou frekvencí $\omega_p = \sqrt{4\pi n_e e^2 / m_e}$ zní:

$$\omega^2 = \omega_p^2 + k^2 c^2$$

Grupová rychlost šíření signálu $v_g = d\omega/dk = c\sqrt{1 - \omega_p^2/\omega^2} \approx c(1 - \frac{1}{2} \frac{\nu_p^2}{\nu^2})$ závisí na frekvenci ν . Vysokofrekvenční složky vlny dorazí k pozemskému teleskopu dříve než nízkofrekvenční složky. Časové zpoždění Δt mezi dvěma pozorovacími frekvencemi $\nu_1 > \nu_2$ je přesně rovno:

$$\Delta t = \frac{e^2}{2\pi m_e c} \left(\frac{1}{\nu_2^2} - \frac{1}{\nu_1^2} \right) \text{DM} \approx 4.149 \times 10^3 \left[\left(\frac{\nu_2}{\text{MHz}} \right)^{-2} - \left(\frac{\nu_1}{\text{MHz}} \right)^{-2} \right] \text{DM} [\text{s}]$$

kde **disperzní míra (Dispersion Measure, DM)** představuje integrál číselné hustoty volných elektronů podél zorného paprsku:

$$\text{DM} = \int_0^d n_e(s) ds [\text{pc} \cdot \text{cm}^{-3}]$$

Celková pozorovaná disperzní míra se skládá z několika nezávislých příspěvků:

$$\text{DM}_{\text{obs}} = \text{DM}_{\text{MW}} + \text{DM}_{\text{halo}} + \text{DM}_{\text{IGM}}(z) + \frac{\text{DM}_{\text{host}}}{1+z}$$

Zatímco Mléčná dráha přispívá hodnotou typicky $DM_{MW} \sim 30 - 100 \text{ pc} \cdot \text{cm}^{-3}$, záblesky FRB vykazují $DM_{\text{obs}} \sim 300 - 2500 \text{ pc} \cdot \text{cm}^{-3}$! Tento gigantický přebytek disperze bezprostředně prokázal, že FRB pocházejí z hlubokého extragalaktického prostoru z kosmologických vzdáleností ($z \sim 0.1 - 3$).

Jean-Pierre Macquart (2020) empiricky kalibroval vztah mezi průměrným příspěvkem mezigalaktického média a červeným posuvem (**Macquartův vztah**):

$$\langle DM_{IGM}(z) \rangle \approx 1000 z \text{ [pc} \cdot \text{cm}^{-3}] \quad (\text{pro } z \lesssim 1)$$

Disperze FRB tak umožnila vyřešit dlouholetý **problém chybějících baryonů (Missing Baryon Problem)**: přesně zvážila veškerý difúzní ionizovaný plyn v mezigalaktických vláknech kosmické pavučiny.

8.4 Průlom: Galaktický FRB 200428 a magnetar SGR 1935+2154

Dne 28. dubna 2020 nastal zlomový moment v historii astrofyziky. Kanadský interferometr **CHIME** a americký systém **STARE2** detekovaly bleskový rádiový záblesk s fluencí přes $1.5 \text{ MJy} \cdot \text{ms}$, označený jako **FRB 200428**.

Jeho disperzní míra $DM \approx 333 \text{ pc} \cdot \text{cm}^{-3}$ přesně odpovídala poloze známého magnetaru v Mléčné dráze **SGR 1935+2154** ve vzdálenosti cca 9 kpc. Ve stejném zlomku sekundy zaznamenaly družice INTEGRAL, Fermi, Konus-Wind a čínský Insight-HXMT prudkou erupci tvrdého rentgenového záření přímo z tohoto magnetaru.

Tento simultánní objev poskytl nezvratný empirický důkaz: **Alespoň podstatná část rychlých rádiových záblesků ve vesmíru je generována magnetary!**

Mechanismus koherentní emise FRB v magnetarech je modelován dvěma hlavními způsoby:

1. **Magnetosférické modely:** Magnetické přepojení a oscilace Alfvénových vln hluboko v magnetosféře ($r \sim 10 - 100 R_{NS}$) generují koherentní záření nabitých elektron-pozitronových shluků (bunches) pohybujících se podél zakřivených magnetických siločar (koherentní zakřivené záření).
2. **Relativistické synchrotronové masery v rázových vlnách:** Magnetický výron vyvržený erupcí naráží ve vzdálenostech $R \sim 10^{13} - 10^{14} \text{ cm}$ do magnetizovaného větru magnetaru. Na čele rázové vlny vzniká populační inverze elektronů, která spouští lavinové zesílení rádiových vln synchrotronovým maserem.

8.5 Analýza disperze FRB v Pythonu

Následující kód počítá frekvenční profil zpoždění signálu FRB v pásmu radioteleskopu (400 až 800 MHz, pásmo detektoru CHIME) a provádí odhad kosmologického červeného posuvu ze změřené disperzní míry.

```
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt

def frb_dispersion_delay():
    # Frekvenční pásmo detektoru CHIME [MHz]
    freq = np.linspace(400.0, 800.0, 500)

    # Pozorovaná disperzní míra typického extragalaktického FRB
    dm_obs = 650.0 # pc / cm^3
    dm_mw = 50.0 # Příspěvek Mléčné dráhy
    dm_halo = 30.0 # Příspěvek galaktického hala
    dm_host = 50.0 # Předpokládaný příspěvek mateřské galaxie

    # Časové zpoždění vůči nejvyšší frekvenci (800 MHz) v sekundách:
    #  $\Delta t = 4.1488 \times 10^3 \cdot (\nu^{-2} - \nu_{\max}^{-2}) \cdot DM$ 
    freq_max = 800.0
    delay_sec = 4.1488e3 * (freq**(-2) - freq_max**(-2)) * dm_obs

    # Odhad červeného posuvu z Macquartova vztahu
    #  $DM_{\text{IGM}} = DM_{\text{obs}} - DM_{\text{MW}} - DM_{\text{halo}} - DM_{\text{host}} / (1 + z)$ 
    # Zjednodušený odhad:  $DM_{\text{IGM}} \sim 1000 \cdot z$ 
    dm_igm_approx = dm_obs - dm_mw - dm_halo - dm_host
    z_est = dm_igm_approx / 1000.0

    print(f"Pozorovaná DM: {dm_obs:.1f} pc/cm^3")
    print(f"Příspěvek IGM: {dm_igm_approx:.1f} pc/cm^3")
    print(f"Odhadovaný z: z ~ {z_est:.2f}")
    print(f"Celkové zpoždění (400 MHz vs 800 MHz): {delay_sec[0]:.3f} s")
    return freq, delay_sec, z_est

f, d, z = frb_dispersion_delay()
```

Část IV: Multi-messenger astronomie

Čtvrtá část monografie představuje absolutní špičku současného fyzikálního poznání: **víceposelskou astronomii (multi-messenger astronomy)**. Poprvé v dějinách lidstva nepozorujeme vesmír pouze prostřednictvím elektromagnetických vln, nýbrž zapojujeme zcela nové fundamentální kanály: gravitační vlny zakřivující samotnou geometrii prostoročasu a kosmická neutrina interagující pouze slabou jadernou silou.

Tři rozsáhlé kapitoly této části detailně rozebírají:

- **Gravitační vlny a laserovou interferometrii LIGO/Virgo:** Linearizovanou obecnou teorii relativity, TT-kalibraci, polarizace h_+ a $h_\times$, technologii kilometrových interferometrů, kvantové stlačené světlo (*squeezed light*), tvar vlnového signálu (chirp) a historickou detekci GW150914.
- **Kilonovy a r-proces nukleosyntézy:** Splynutí dvou neutronových hvězd (událost GW170817), rychlý záchyt neutronů (r-proces), vznik nejtěžších prvků periodické tabulky (zlato, platina, uran), lanthanoidovou neprůhlednost a radioaktivní ohřev ejektu.
- **Neutrinovou astrofyziku a observatoř IceCube:** Kosmické záření ultravysokých energií (UHECR), limit Greisena-Zacepina-Kuzmina (GZK), pionovou fotoprodukcí neutrin, kilometrovou detekci Čerenkovova záření v jihopolárním ledu a první lokalizované bodové zdroje (blazar TXS 0506+056 a galaxie NGC 1068).

Kapitola 9: Gravitační vlny a interferometrie LIGO/Virgo

Gravitační vlny představují fundamentální předpověď Einsteinovy obecné teorie relativity z roku 1916. Nejedná se o šíření vlnění v prostoru, nýbrž o **příčné vlnění samotné geometrie prostoročasu**, které se vakuem šíří přesně rychlostí světla. Zatímco elektromagnetické záření vzniká zrychleným pohybem nábojů a je tvořeno dipólovou emisí, gravitační dipólové záření je zakázáno zákonem zachování hybnosti; gravitační vlny jsou generovány až časovou změnou **hmotového kvadrupólového momentu**.

9.1 Linearizovaná obecná teorie relativity a TT-kalibrace

Ve slabém gravitačním poli daleko od zdrojů lze prostoročasuovou metriku $g_{\mu\nu}$ rozložit na plochou Minkowského metriku $\eta_{\mu\nu} = \text{diag}(-1, 1, 1, 1)$ a malou perturbaci $h_{\mu\nu}$:

$$g_{\mu\nu} = \eta_{\mu\nu} + h_{\mu\nu}, \quad |h_{\mu\nu}| \ll 1$$

Zavedeme-li bezstopou perturbaci $\bar{h}_{\mu\nu} = h_{\mu\nu} - \frac{1}{2}\eta_{\mu\nu}h$ (kde $h = \eta^{\mu\nu}h_{\mu\nu}$) a zvolíme-li Lorenzovu kalibrační podmínku $\partial^\mu \bar{h}_{\mu\nu} = 0$, zjednoduší se nelineární Einsteinovy polní rovnice na nehomogenní vlnovou rovnici:

$$\square \bar{h}_{\mu\nu} \equiv \left(-\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} + \nabla^2 \right) \bar{h}_{\mu\nu} = -\frac{16\pi G}{c^4} T_{\mu\nu}$$

Ve vakuu ($T_{\mu\nu} = 0$) má tato rovnice řešení ve tvaru rovinných monochromatických vln $\bar{h}_{\mu\nu} \propto e^{ik_\alpha x^\alpha}$ s vlnovým vektorem splňujícím $k_\alpha k^\alpha = 0$, což znamená, že gravitační vlny se šíří přesně rychlostí světla c .

Využitím zbytkové kalibrační volnosti lze přejít do **příčné bezstopé kalibrace (Transverse-Traceless gauge, TT)**, v níž jsou všechny časové složky i stopa tenzoru nulové:

$$h_{0\mu}^{\text{TT}} = 0, \quad h^{\text{TT}i}_i = 0, \quad \partial_j h^{\text{TT}ij}_{\text{TT}} = 0$$

Pro vlnu šířící se ve směru osy z má tenzor perturbace pouze dvě nezávislé polarizace:

$$h_{ij}^{\text{TT}}(t, z) = \begin{pmatrix} h_+ & h_\times & 0 \\ h_\times & -h_+ & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \cos \left[\omega \left(t - \frac{z}{c} \right) \right]$$

kde h_+ označuje **polarizaci plus** a $h_\times$ označuje **polarizaci kříž** (otočenou o 45°).

Vliv na testovací částice

Rovnice geodetické deviace ukazuje, že gravitační vlna nepůsobí na izolovanou částici žádnou lokální sílu (volná částice zůstává v klidu ve své souřadnicové soustavě). Mění však vlastní vzdálenost mezi dvěma volnými testovacími hmotami oddělenými vektorem $\vec{\xi}$:

$$\frac{d^2 \xi^j}{dt^2} = \frac{1}{2} \ddot{h}_{jk}^{\text{TT}} \xi^k$$

Pro polarizaci h_+ a dvě zkušební hmoty na ose x oddělené vzdáleností L se jejich vzdálenost mění jako:

$$\frac{\Delta L(t)}{L} = \frac{1}{2} h_+(t)$$

Bezrozměrná amplituda h (tzv. *strain*) charakterizuje relativní deformaci prostoru. Pro typické astrofyzikální zdroje dosahuje tato hodnota na Zemi nepředstavitelně malé velikosti: $h \sim 10^{-21}$.

9.2 Laserová interferometrie LIGO a Virgo

K měření relativního posunutí zrcadel o velikosti $\Delta L = h \cdot L \sim 10^{-21} \times 4000 \text{ m} \approx 4 \times 10^{-18} \text{ m}$ (což je tisícina průměru protonu!) využívají detektory **LIGO** (Hanford a Livingston, USA) a **Virgo** (Cascina, Itálie) obří Michelsonovy laserové interferometry.

Klíčové technologické prvky moderních detektorů:

1. **Fabryho–Pérotovy optické rezonátory:** V každém ze 4 km ramen se světlo odráží sem a tam přibližně 300krát, čímž se efektivní délka optické dráhy zvětšuje na $\sim 1200 \text{ km}$.
2. **Recyklace výkonu (Power Recycling):** Interferometr je nastaven na tzv. tmavé pole (destruktivní interference směrem k fotodiodě). Téměř veškeré světlo se odráží zpět k laseru, kde je polopropustným zrcadlem vráceno do systému. Efektivní optický výkon v dutinách dosahuje až $\sim 750 \text{ kW}$, což snižuje fotonový brokový šum.
3. **Kvantové stlačené světlo (Squeezed Light):** Podle Heisenbergova principu neurčitosti splňuje fluktuace počtu fotonů ΔN a fáze $\Delta \phi$ relaci $\Delta N \Delta \phi \geq 1/2$. Do temného výstupu interferometru je injektováno frekvenčně závislé stlačené vakuum (připravované v optických parametrických oscilátorech), které potlačuje fázový šum na vysokých frekvencích a radiační tlak na nízkých frekvencích.
4. **Seismická izolace a suspenze:** Křemenná zrcadla o hmotnosti 40 kg jsou zavěšena na vícestupňových kyvadlech z monolitického taveného křemene a uložena v ultravysokém vakuu ($P \sim 10^{-9} \text{ mbar}$).

9.3 Chirp signál splynutí kompaktní binární dvojhvězdy

Dominantními zdroji pro interferometry jsou binární systémy dvou neutronových hvězd nebo černých děr. Ztráta orbitální energie vyzařováním gravitačních vln způsobuje neustálé zmenšování velké poloosy dráhy a zrychlování oběhu.

Vlnový signál prochází třemi fázemi:

1. **Fáze spirálování (Inspiral):** Objekty obíhají ve slabém poli. Orbitální frekvence f_{orb} i frekvence gravitačních vln $f_{\text{gw}} = 2f_{\text{orb}}$ plynule rostou společně s amplitudou signálu. Vzniká charakteristický signál se stoupající frekvencí a amplitudou – tzv. **chirp** (cvrknutí).
2. **Fáze splynutí (Merger):** Tělesa dosáhnou poslední stabilní dráhy (ISCO) a srazí se téměř rychlostí světla. Amplituda dosahuje absolutního maxima.
3. **Fáze zklidnění (Ringdown):** Nově zformovaná Kerrova černá díra osciluje ve svých kvazinormálních módech (Quasi-Normal Modes, QNM) a vyzařuje tlumenou sinusoidu, dokud se plně neusadí do stacionárního stavu popsaného teorémem bezvlasatosti (*no-hair theorem*).

Chirp hmotnost a časový vývoj

V post-newtonovské aproximaci nultého řádu (OPN) je frekvenční evoluce určena jedinou efektivní kombinací hmotností obou složek m_1 a m_2 , nazývanou **chirp hmotnost (Chirp Mass)**:

$$\mathcal{M}_c = \frac{(m_1 m_2)^{3/5}}{(m_1 + m_2)^{1/5}}$$

Časová derivace gravitačně-vlnové frekvence je dána vztahem:

$$\dot{f}_{\text{gw}} = \frac{96}{5} \pi^{8/3} \left(\frac{G \mathcal{M}_c}{c^3} \right)^{5/3} f_{\text{gw}}^{11/3}$$

Amplituda polarizace h_0 pro zdroj ve světlostní vzdálenosti d_L činí:

$$h_0(t) = \frac{4}{d_L} \left(\frac{G\mathcal{M}_c}{c^2} \right)^{5/3} \left(\frac{\pi f_{\text{gw}}}{c} \right)^{2/3}$$

Zbývající čas do okamžiku splynutí $\tau = t_{\text{coal}} - t$ lze vyjádřit jako:

$$\tau = \frac{5}{256} c^5 (G\mathcal{M}_c)^{-5/3} (\pi f_{\text{gw}})^{-8/3}$$

Protože měřením $f_{\text{gw}}(t)$ a $\dot{f}_{\text{gw}}(t)$ z tvaru signálu lze přímo určit $\mathcal{M}_c$, umožňuje porovnání naměřené amplitudy h_0 s teoretickou hodnotou přímo určit **vzdálenost zdroje d_L bez nutnosti jakékoliv kosmologické kalibrace**. Kompaktní binární fúze proto fungují jako **standardní sirény (standard sirens)** pro měření Hubbleovy konstanty H_0 .

9.4 První přímá detekce GW150914 a katalogy GWTC

Dne **14. září 2015 v 09:50:45 UTC** zaznamenaly oba interferometry Advanced LIGO historicky první přímý signál gravitačních vln, označený jako **GW150914**.

Výsledky analýzy tohoto průlomového signálu:

- Hmotnost primární černé díry: $m_1 = 36.2_{-3.8}^{+5.2} M_\odot$.
- Hmotnost sekundární černé díry: $m_2 = 29.1_{-4.4}^{+3.7} M_\odot$.
- Hmotnost výsledné rotující černé díry: $M_f = 62.3_{-3.1}^{+4.2} M_\odot$.
- Zářená energie ve vlnách: $\Delta E_{\text{gw}} = 3.0_{-0.5}^{+0.5} M_\odot c^2$ (během 0.2 sekundy byla přeměněna hmotnost 3 Sluncí v čistou gravitační energii!).
- Špičkový gravitační výkon: $P_{\text{peak}} \approx 3.6 \times 10^{56} \text{ erg} \cdot \text{s}^{-1} \approx 200 M_\odot c^2 / \text{s}$ (překonal zářivý výkon celého optického vesmíru).
- Svítivostní vzdálenost: $d_L \approx 410_{-180}^{+160} \text{ Mpc}$ ($z \approx 0.09$).

Tento objev, oceněný Nobelovou cenou za fyziku v roce 2017 (Rainer Weiss, Barry Barish a Kip Thorne), potvrdil existenci černých děr hvězdné hmotnosti nad $30 M_\odot$ a otevřel éru gravitační astronomie. V současných katalozích **GWTC** (Gravitational-Wave Transient Catalog) evidují observatoře LIGO, Virgo a japonská KAGRA již více než 100 splynutí kompaktních binárních systémů.

9.5 Generování vlnového tvaru gravitační vlny v Pythonu

Následující kód počítá frekvenční evoluci a generuje vlnový tvar polarizace $h_+(t)$ gravitační vlny ve fázi inspiral pro fúzi dvou černých děr odpovídající události GW150914.

```

import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt

def generate_gw_chirp():
    # Fyzikální konstanty CGS
    G = 6.674e-8
    c = 2.998e10
    M_sun = 1.989e33
    Mpc = 3.086e24

    # Parametry binárního systému GW150914
    m1 = 36.0 * M_sun
    m2 = 29.0 * M_sun
    d_L = 410.0 * Mpc

    # Chirp hmotnost:  $M_c = (m_1 * m_2)^{3/5} / (m_1 + m_2)^{1/5}$ 
    M_c = (m1 * m2)0.6 / (m1 + m2)0.2

    # Časová osa: posledních 0.2 sekundy před splynutím (t_coal = 0)
    t = np.linspace(-0.2, -0.005, 1000)
    tau = -t # Zbývajících čas do splynutí

    # Frekvenční evoluce 0PN:  $f_{gw}(\tau) = (1 / \pi) * (5 / 256 / \tau)^{3/8} * (G * M_c / c^3)^{-5/8}$ 
    factor_f = (5.0 / 256.0 / tau)**(3.0 / 8.0)
    f_gw = (1.0 / np.pi) * factor_f * (G * M_c / c3)-5.0 / 8.0

    # Orbitální fáze  $\Phi(\tau) = -2 * (5 * G * M_c / c^3)^{-5/8} * \tau^{5/8}$ 
    phi = -2.0 * (c3 / (G * M_c))5.0 / 8.0 * (tau / 5.0)**(5.0 / 8.0)

    # Amplituda:  $h_0(\tau) = (4 / d_L) * (G * M_c / c^2)^{5/3} * (\pi * f_{gw} / c)^{2/3}$ 
    h_0 = (4.0 / d_L) * (G * M_c / c2)5.0 / 3.0 * (np.pi * f_gw / c)**(2.0 / 3.0)

    # Polarizace h_plus(t)
    h_plus = h_0 * np.cos(phi)

    print(f"Chirp hmotnost: M_c = {M_c / M_sun:.2f} M_sun")
    print(f"Počáteční f_gw: {f_gw[0]:.1f} Hz, konečná f_gw: {f_gw[-1]:.1f} Hz")
    print(f"Maximální strain h_0: {np.max(h_0):.2e}")
    return t, f_gw, h_plus

t, f, h = generate_gw_chirp()

```

Kapitola 10: Kilonovy a r–proces nukleosyntézy

Až do roku 2017 zůstával původ nejtěžších chemických prvků ve vesmíru – jako je zlato, platina, uran či vzácné kovy – jednou z největších nevyřešených hádanek astrofyziky a jaderné chemie. Historická víceposelská detekce splynutí dvou neutronových hvězd **GW170817 / GRB 170817A / AT 2017gfo** definitivně potvrdila, že tyto prvky vznikají při srážkách neutronových hvězd v explozích zvaných **kilonovy**.

10.1 Událost století: GW170817, GRB 170817A a AT 2017gfo

Dne **17. srpna 2017 v 12:41:04 UTC** zaznamenaly detektory Advanced LIGO a Virgo signál gravitačních vln **GW170817**. Vlnová forma trvala v citlivém pásmu interferometrů celých 100 sekund (přes 3\,000 oběhů) a vykazovala chirp hmotnost $\mathcal{M}_c \approx 1.188M_\odot$, odpovídající splynutí dvou neutronových hvězd o hmotnostech $m_1 \approx 1.36 - 1.60M_\odot$ a $m_2 \approx 1.17 - 1.36M_\odot$.

Přesně o **1.74 sekundy později** zaznamenala družice Fermi (přístroj GBM) a evropský INTEGRAL krátký gama záblesk **GRB 170817A**. Z časové shody signálů šířících se po dobu 130 milionů let plynou dva fundamentální fyzikální závěry:

1. **Rychlost gravitačních vln se rovná rychlosti světla:** Rozdíl rychlostí byl změřen s přesností lepší než jedna ku miliardě:

$$-3 \times 10^{-15} \leq \frac{v_{\text{gw}} - c}{c} \leq +7 \times 10^{-16}$$

Tento výsledek okamžitě vyloučil širokou škálu modifikovaných teorií gravitace předpovídajících masivní gravitony či odlišné rychlosti šíření.

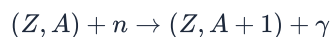
1. Krátké gama záblesky jsou bezpochyby produkovány splynutím neutronových hvězd.

O 10.9 hodiny později lokalizoval pozemní jedometrový dalekohled Swope v Chile nový jasný optický transient **AT 2017gfo** (SSS17a) v eliptické galaxii NGC 4993 ve vzdálenosti 40 Mpc (130 milionů světelných let). Následná pozorovací kampaň zapojila přes 70 observatoří na všech kontinentech i na oběžné dráze (včetně HST, VLT a observatoře Chandra).

10.2 R–proces rychlého zachytu neutronů

Prvky těžší než železo ($Z > 26$, $A > 56$) nemohou vznikat termonukleární fúzí, protože vazebná energie na jeden nukleon za železným vrcholem klesá. Tyto prvky jsou syntetizovány neutronovým zachytem:

- **s–proces (slow):** Zachyt neutronu je pomalejší než následný beta rozpad ($\tau_{\text{cap}} \gg \tau_\beta$). Probíhá v obřích hvězdách asymptotické větve obrů (AGB) a končí u olova a bismutu ($Z = 83$).
- **r–proces (rapid):** Časová škála zachytu neutronu je dramaticky kratší než poločas rozpadu beta ($\tau_{\text{cap}} \ll \tau_\beta$):



K tomu, aby r–proces proběhl, je zapotřebí extrémní hustota volných neutronů ($n_n \gtrsim 10^{20} - 10^{24} \text{ cm}^{-3}$) a nízká hodnota **elektronové frakce**:

$$Y_e = \frac{n_p}{n_p + n_n} \approx \frac{1}{1 + n_n/n_p} \lesssim 0.25$$

Při srážce neutronových hvězd je z jejich kontaktní oblasti vyvrženo přibližně $M_{\text{ej}} \sim 0.01 - 0.05 M_{\odot}$ (cca 10 až 50 tisíc hmotností Země) téměř čisté neutronové hmoty.

V tomto extrémně neutronově bohatém plazmatu dochází k bleskovému zachytu stovek neutronů: jádra se posouvají až na tzv. **neutronovou linii stability (neutron drip line)**. Jakmile hustota neutronů klesne, nestabilní supertěžká neutronová jádra podléhají kaskádě rozpadů beta minus ($n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}_e$) a štěpení, čímž vznikají stabilní atomy **zlata, platiny, osmia, iridia, thoria a uranu**.

Při jediné události GW170817 bylo syntetizováno odhadem 10 až 20 hmotností Země ryzího zlata a platiny!

10.3 Lanthanoidová neprůhlednost a dvoukomponentní model

Optické spektrum kilonovy se zásadně liší od běžné supernovy. Zásadní roli zde hrají **lanthanoidy** (prvky vzácných zemin s protonovými čísly $Z = 57 - 71$) a **aktinoidy** ($Z = 89 - 103$).

Tyto atomy mají otevřenou elektronovou podslupku $4f$ (respektive $5f$). Vzhledem k obrovskému počtu energetických hladin vytvářejí miliony hustých absorpčních čar, což dramaticky zvyšuje **Rosselandovu střední neprůhlednost (opacity)** vyvržené obálky:

- Železná skupina a lehčí prvky ($Y_e > 0.25$): $\kappa_{\text{Fe}} \sim 0.1 - 1.0 \text{ cm}^2 \cdot \text{g}^{-1}$.
- Lanthanoidy a aktinoidy ($Y_e \leq 0.20$): $\kappa_{\text{lan}} \sim 10 - 100 \text{ cm}^2 \cdot \text{g}^{-1}$ (stokrát vyšší opacita!).

Tento fyzikální rozdíl vede ke **dvoukomponentnímu modelu kilonovy**:

1. Modrá kilonova (Blue Kilonova)

- Původ: Polární ejekt a plyn odfouknutý neutrinovým větrem z hypermasivní neutronové hvězdy.
- Vlastnosti: Neutrinové reakce ($\nu_e + n \rightarrow p + e^-$) zvyšují elektronovou frakci na $Y_e \geq 0.25 - 0.30$. Syntéza lanthanoidů je potlačena; plyn má nízkou opacitu ($\kappa \sim 0.5 \text{ cm}^2 \cdot \text{g}^{-1}$) a vysokou expanzní rychlost ($v \approx 0.2 - 0.3c$).
- Pozorování: Dosahuje maxima během prvních 24 hodin v modrém a ultrafialovém pásmu, poté rychle slábne.

2. Červená kilonova (Red Kilonova)

- Původ: Ekvatoriální slapový ejekt vytržený slapovými silami těsně před splynutím.
- Vlastnosti: Zachovává si extrémně nízké $Y_e \approx 0.05 - 0.15$. Dochází k plné syntéze lanthanoidů s vysokou opacitou ($\kappa \sim 10 \text{ cm}^2 \cdot \text{g}^{-1}$) a nižší rychlostí ($v \approx 0.1c$).
- Pozorování: Obrovská opacita zadržuje fotony a posouvá maximum záření na 3 až 7 dní po splynutí do blízkého infračerveného oboru (pásma J, H, K).

Spektrofotometrie události AT 2017gfo přesně potvrdila tento dvoukomponentní přechod: z počátečního modrého záblesku o teplotě $T \approx 11\,000 \text{ K}$ v prvním dnu přešla kilonova během několika dní do temně červeného infračerveného tělesa chladnoucího na $T \approx 2\,500 \text{ K}$.

10.4 Radioaktivní ohřev a světelná křivka

Kilonova není napájena rázovou vlnou ani centrálním motorem, nýbrž **rozpadovým teplem radioaktivních jader r -procesu**. Vzhledem k tomu, že ejekt obsahuje stovky různých radioizotopů s širokým spektrem poločasů rozpadu, nesleduje radioaktivní ohřev jednoduchou exponenciálu, nýbrž univerzální **mocninný zákon radioaktivního ohřevu**:

$$\dot{q}_{\text{heat}}(t) = \epsilon_0 \left(\frac{t}{1 \text{ den}} \right)^{-\alpha_{\text{heat}}}$$

kde měrný výkon $\epsilon_0 \approx 2 \times 10^{10} \text{ erg} \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{g}^{-1}$ a teoretický exponent odvozený z jaderné statistiky činí:

$$\alpha_{\text{heat}} \approx 1.3$$

Čas maxima světelné křivky t_{peak} je dán difúzním časem fotonů skrz expandující obálku o hmotnosti M_{ej} a rychlosti v (Arnettův zákon):

$$t_{\text{peak}} = \left(\frac{3\kappa M_{\text{ej}}}{4\pi\beta cv} \right)^{1/2} \approx 1.5 \left(\frac{\kappa}{1 \text{ cm}^2 \text{ g}^{-1}} \right)^{1/2} \left(\frac{M_{\text{ej}}}{0.01 M_{\odot}} \right)^{1/2} \left(\frac{v}{0.1c} \right)^{-1/2} [\text{dny}]$$

kde $\beta \approx 13.8$ je integrační geometrický faktor. Špičková bolometrická svítivost kilonovy odpovídá okamžitému radioaktivnímu výkonu v čase maxima:

$$L_{\text{peak}} \approx M_{\text{ej}} \dot{q}_{\text{heat}}(t_{\text{peak}}) f_{\text{th}}(t_{\text{peak}}) \sim 10^{41} - 10^{42} \text{ erg} \cdot \text{s}^{-1}$$

kde $f_{\text{th}}(t) \approx 0.3 - 0.5$ je termalizační účinnost (podíl energie rozpadových β -elektronů, α -částic a štěpných fragmentů, který se stihne před expanzí přeměnit v teplo namísto úniku neutrin). Tato svítivost je přibližně tisícínou svítivosti supernovy – odtud historický název **kilo-nova**.

10.5 Výpočet světelné křivky kilonovy v Pythonu

Následující kód počítá a porovnává bolometrickou světelnou křivku modré a červené komponenty kilonovy podle difúzního Arnettova modelu.

```

import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt

def kilonova_lightcurve_model():
    # Časová osa od 0.1 dne do 20 dní
    t_days = np.logspace(-1, 1.3, 400)
    t_sec = t_days * 86400.0

    # Fyzikální konstanty CGS
    c = 2.998e10
    M_sun = 1.989e33
    beta_const = 13.8
    epsilon_0 = 2e10 # erg / (g * s)

    # 1. Komponenta: Modrá kilonova (nízká opacita, rychlá expanze)
    M_blue = 0.02 * M_sun
    v_blue = 0.25 * c
    kappa_blue = 0.5 # cm^2 / g
    t_diff_blue = np.sqrt(3.0 * kappa_blue * M_blue / (4.0 * np.pi * beta_const * c * v_blue))

    # 2. Komponenta: Červená kilonova (vysoká lanthanoidová opacita, pomalejší)
    M_red = 0.03 * M_sun
    v_red = 0.12 * c
    kappa_red = 10.0 # cm^2 / g
    t_diff_red = np.sqrt(3.0 * kappa_red * M_red / (4.0 * np.pi * beta_const * c * v_red))

    # Radioaktivní ohřev  $Q_{\text{dot}}(t) = M_{\text{ej}} * \epsilon_0 * (t/\text{day})^{(-1.3)} * f_{\text{th}}$ 
    q_blue = M_blue * epsilon_0 * (t_days)**(-1.3) * 0.5
    q_red = M_red * epsilon_0 * (t_days)**(-1.3) * 0.4

    # Světelná křivka  $L(t) = Q_{\text{dot}} * (1 - \exp(-(t_{\text{diff}} / t)^2))$ 
    l_blue = q_blue * (1.0 - np.exp(-(t_diff_blue / t_sec)**2))
    l_red = q_red * (1.0 - np.exp(-(t_diff_red / t_sec)**2))
    l_total = l_blue + l_red

    print(f"Difúzní čas modré kilonovy: {t_diff_blue / 86400.0:.2f} dní")
    print(f"Difúzní čas červené kilonovy: {t_diff_red / 86400.0:.2f} dní")
    print(f"Maximální celková svítivost: {np.max(l_total):.2e} erg/s")
    return t_days, l_blue, l_red, l_total

t, l_b, l_r, l_tot = kilonova_lightcurve_model()

```

Kapitola 11: Neutrinová astrofyzika IceCube

Neutrina představují jedinečné posly z nejhlubších a nejvíce stíněných oblastí vesmíru. Vzhledem k nulovému elektrickému náboji a nepatrné klidové hmotnosti interagují neutrina s okolní hmotou výhradně slabou jadernou silou a gravitací. Neutrinové záření tak prochází bez jakéhokoliv rozptylu či absorpce prachovými tory aktivních galaktických jader, hustými obálkami kolabujících supernov i mezigalaktickým magnetickým polem a nese nezkrácenou informaci o hadronických procesech probíhajících v kosmických urychlovačích.

11.1 Kosmické záření ultravysokých energií a GZK limit

Zemskou atmosféru neustále bombarduje **kosmické záření (Cosmic Rays, CR)** tvořené relativistickými protony (90 %), jádru helia (9 %) a těžšími atomovými jádru. Spektrum kosmického záření sleduje mocninový zákon $dN/dE \propto E^{-\gamma}$ napříč dvanácti řády energie:

- **Koleno (Knee, $\sim 3 \times 10^{15}$ eV):** Limit maximální energie urychlení v rázových vlnách galaktických pozůstatků supernov.
- **Kotník (Ankle, $\sim 5 \times 10^{18}$ eV):** Přejchod od galaktického k dominantně extragalaktickému kosmickému záření.

Částice s energiemi přesahujícími 10^{18} eV (1 EeV) nazýváme **kosmickým zářením ultravysokých energií (Ultra-High-Energy Cosmic Rays, UHECR)**. Rekordní zaznamenaná částice (*Oh-My-God particle*, 1991) nesla neuvěřitelnou energii 3.2×10^{20} eV ≈ 50 Joulů (kinetická energie odpáleného baseballového míčku koncentrovaná v jediném subatomárním protonu!).

Limit Greisena–Zacepina–Kuzmina (GZK)

V roce 1966 Kenneth Greisen, Georgij Zacepin a Vadim Kuzmin nezávisle předpověděli, že mezigalaktický prostor není pro protony ultravysokých energií transparentní. Protony se srážejí s fotony reliktního mikrovlnného záření (CMB, teplota $T_{\text{CMB}} \approx 2.725$ K, střední energie fotonu $\epsilon \approx 6.3 \times 10^{-4}$ eV).

Při dostatečně vysoké energii protonu v laboratorní soustavě přesáhne invariantní energie srážky v těžišti práh pro rezonanční produkci Δ -baryonu:

$$p + \gamma_{\text{CMB}} \rightarrow \Delta^+(1232) \rightarrow \begin{cases} p + \pi^0 \\ n + \pi^+ \end{cases}$$

Prahová energie protonu pro fotopionovou produkci činí:

$$E_{\text{GZK}} = \frac{m_\pi m_p c^4 + m_\pi^2 c^4 / 2}{2\epsilon_{\text{CMB}}} \approx 5 \times 10^{19} \text{ eV} = 50 \text{ EeV}$$

Střední volná dráha protonu vůči této reakci je pouze $\lambda_{\text{GZK}} \approx 50 - 100$ Mpc. Žádný proton s energií $E > E_{\text{GZK}}$ pocházející ze vzdálenosti větší než cca 300 milionů světelných let nemůže dorazit k Zemi bez ztráty energie. Tento jev byl experimentálně potvrzen observatořemi HiRes a Pierre Auger.

11.2 Hadronická produkce neutrin

Gama fotony mohou v astrofyzikálních zdrojích vznikat buď leptonovými procesy (synchrotron a inverzní Compton elektronů), nebo **hadronickými procesy** (srážky relativistických protonů). Detekce vysokoenergetických neutrin představuje jediný nezvratný důkaz hadronického urychlování a přítomnosti relativistických protonů.

Při interakci protonu s fotonem ($p\gamma$) nebo s okolním chladným plynem (pp) vznikají nabitě piony $\pi^\pm$:

$$p + p \rightarrow p + n + \pi^+, \quad p + \gamma \rightarrow n + \pi^+$$

Nabitý pion se s poločasem rozpadu $\tau \approx 2.6 \times 10^{-8}$ s rozpadá slabou interakcí na mion a mionové neutrino:

$$\pi^+ \rightarrow \mu^+ + \nu_\mu$$

Následně se mion ($\tau \approx 2.2 \times 10^{-6}$ s) rozpadá na pozitron, elektronové neutrino a mionové antineutrino:

$$\mu^+ \rightarrow e^+ + \nu_e + \bar{\nu}_\mu$$

Neutrino odnášejí přibližně 5 % původní energie primárního protonu:

$$E_\nu \approx \frac{1}{4} E_\pi \approx \frac{1}{20} E_p \approx 0.05 E_p$$

Proton urychlený na 10^{16} eV (10 PeV) tak vygeneruje neutrino o energiích kolem 500 TeV.

V místě vzniku (u zdroje) je poměr neutrinových vůní dán rozpadovým schématem:

$$(\nu_e : \nu_\mu : \nu_\tau)_{\text{zdroj}} \approx 1 : 2 : 0$$

Během šíření na kosmologické vzdálenosti megaparseků dochází v důsledku **vakuových oscilací neutrin** k promíchání kvantových stavů (matice PMNS). Na Zemi naměříme téměř dokonale ekvipartiční poměr všech tří vůní:

$$(\nu_e : \nu_\mu : \nu_\tau)_{\text{Země}} \approx 1 : 1 : 1$$

11.3 Observatoř IceCube na jižním pólu

Pro zachycení částic s tak nepatrným účinným průřezem, jaký mají neutrino ($\sigma_{\nu N} \sim 10^{-35} - 10^{-33}$ cm² pro energie TeV až PeV), je zapotřebí gigantický detekční objem.

Observatoř **IceCube** využívá kubický kilometr (1 km³, tj. 1 miliardu tun) ultratransparentního antarktického ledu v hloubkách 1\,450 až 2\,450 metrů přímo pod stanicí Amundsen-Scott na jižním pólu. V ledu je instalováno 86 vertikálních kabelových závěsů nesoucích celkem **5\,160 digitálních optických modulů (DOM)** vybavených citlivými fotonásobiči.

Když vysokoenergetické neutrino narazí do jádra atomu kyslíku nebo vodíku v ledu, vyvolá hluboce nepružný rozptyl (Deep Inelastic Scattering, DIS). Sekundární relativistické nabitě částice se v ledu pohybují rychlostí $v > c/n$ (kde index lomu ledu je $n \approx 1.31$) a vyzařují kužel **Čerenkovova záření**:

$$\cos \theta_C = \frac{1}{n} \approx \frac{1}{1.31} \approx 0.763 \implies \theta_C \approx 41^\circ$$

Detektory DOM registrují čas příchodu fotonů s nanosekundovou přesností a tvar vlnoplochy. V IceCube rozlišujeme dva základní typy událostí:

1. Dráhy mionů (Tracks)

- Vznikají při interakci mionových neutrin přes nabitý proud (Charged Current, CC): $\nu_\mu + N \rightarrow \mu + X$.
- Vzniklý ultrarelativistický mion dokáže v ledu urazit dráhu několika kilometrů a zanechává za sebou přímou stopu Čerenkovova světla.
- Vynikající směrové rozlišení: poloha zdroje na obloze je určena s přesností **lepší než 0.5°**.

2. Kaskády (Cascades)

- Vznikají při interakcích neutrálního proudu (NC) všech vůní ($\nu_l + N \rightarrow \nu_l + X$) a nabitých proudů elektronových neutrin ($\nu_e + N \rightarrow e + X$).
- Energie je deponována lokálně v kompaktní elektromagnetické a hadronické spršce o rozměru pouhých desítek metrů.
- Vynikající kalorimetrické rozlišení energie ($\sim 15\%$), avšak horší úhlové rozlišení ($\sim 10^\circ - 15^\circ$).

11.4 První identifikované bodové zdroje neutrin

V roce 2013 ohlásil IceCube objev difúzního astrofyzikálního toku neutrin o energiích PeV (včetně slavných historických událostí pojmenovaných *Bert*, *Ernie* a *Big Bird* s energií $E \approx 2$ PeV). Skutečný průlom v lokalizaci konkrétních zdrojů však přinesla léta 2017 a 2022:

1. Blazar TXS 0506+056 (IceCube-170922A)

Dne 22. září 2017 zachytil IceCube mionové neutrino s odhadovanou energií $E_\nu \approx 290$ TeV, přilétající z jižní oblohy. Automatický alert byl odeslán světové astronomické komunitě.

Družice Fermi-LAT a pozemní Čerenkovovy teleskopy MAGIC v La Palmě okamžitě detekovaly, že v přesné prostorové shodě s dráhou neutrina se nachází známý blazar **TXS 0506+056** ($z = 0.3365$), který právě procházel historicky nejsilnější erupcí vysokoenergetického gama záření. Statistická shoda dosáhla významnosti 3σ (a při započtení historického přebytku neutrin z let 2014–2015 dokonce 3.5σ). Jednalo se o **první identifikovaný kosmický zdroj vysokoenergetických neutrin v historii lidstva**.

2. Seyfertova galaxie NGC 1068 (M77)

V listopadu 2022 publikovala kolaborace IceCube v časopise *Science* objev trvalého bodového zdroje neutrin o významnosti 4.2σ , lokalizovaného v jádře blízké aktivní galaxie **NGC 1068** (Messier 77) ve vzdálenosti pouhých 14.4 Mpc.

Zatímco TXS 0506+056 je zářivý blazar s jetem mířícím k nám, NGC 1068 je Seyfertova galaxie typu 2 s tlustým prachovým torem. Tento objev přinesl revoluční poznatek: **Neutrino unikají z horké, opticky husté koróny akrečního disku v těsném sousedství supermasivní černé díry**. V této oblasti je hustota plynu a záření tak vysoká, že gama fotony jsou zcela pohlceny fotoelektrickou a párovou absorpcí. Pouze neutrino dokážou touto clonou proniknout a podat svědectví o extrémním urychlování částic.

11.5 Výpočet neutrinového toku a detekce v ledu v Pythonu

Následující skript počítá účinný průřez interakce neutrin s nukleony v ledu podle modelu hluboce nepružného rozptylu (DIS) a pravděpodobnost detekce neutrina při průchodu 1 km ledu v závislosti na energii $E_\nu \in [10 \text{ TeV}, 10 \text{ PeV}]$.

```

import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt

def neutrino_ice_interaction():
    # Energetická osa od 10 TeV do 10 PeV (v GeV)
    # 10 TeV = 1e4 GeV, 10 PeV = 1e7 GeV
    e_nu_gev = np.logspace(4, 7, 300)
    e_nu_tev = e_nu_gev / 1e3

    # Parametrizace účinného průřezu hluboce nepružného rozptylu neutrino-nukleon (Gandhi et al. 1998)
    #  $\sigma_{\nu N} \sim \sigma_0 * (E / 1 \text{ GeV})^{0.363}$  pro  $E > 1 \text{ TeV}$ 
    # CC průřez v  $\text{cm}^2$ :
    sigma_cc = 7.84e-36 * (e_nu_gev / 1e3)**0.363 # [ $\text{cm}^2$ ]
    # Celkový průřez (CC + NC  $\sim 1.4 * \text{CC}$ )
    sigma_tot = 1.4 * sigma_cc

    # Fyzikální parametry ledu
    rho_ice = 0.917 # g /  $\text{cm}^3$ 
    N_A = 6.022e23 # Avogadrova konstanta [ $\text{mol}^{-1}$ ]
    n_nucleons = rho_ice * N_A # Počet nukleonů na  $\text{cm}^3$  ledu

    # Detekční délka L = 1 km = 1e5 cm
    L_det = 1e5

    # Pravděpodobnost interakce v 1 km ledu:  $P_{\text{int}} = 1 - \exp(-n * \sigma * L) \sim n * \sigma * L$ 
    p_int = 1.0 - np.exp(-n_nucleons * sigma_tot * L_det)

    print(f"Hustota nukleonů v ledu: {n_nucleons:.2e}  $\text{cm}^{-3}$ ")
    print(f"Při 100 TeV: sigma = {sigma_tot[np.argmin(np.abs(e_nu_tev - 100.0))]:.2e}  $\text{cm}^2$ ,")
    P_int = {p_int[np.argmin(np.abs(e_nu_tev - 100.0))]*100:.3f} %
    print(f"Při 1 PeV: sigma = {sigma_tot[np.argmin(np.abs(e_nu_tev - 1000.0))]:.2e}  $\text{cm}^2$ ,")
    P_int = {p_int[np.argmin(np.abs(e_nu_tev - 1000.0))]*100:.3f} %
    return e_nu_tev, sigma_tot, p_int

e, s, p = neutrino_ice_interaction()

```

Část V: Přílohy a vědecké výpočty

Pátá část monografie představuje nezbytné teoretické, výpočetní a praktické zázemí pro samostatnou vědeckou práci ve vysokoenergetické astrofyzice a víceposelské astronomii.

Tato část obsahuje:

- **Dodatek A: Odvození kvadrupólového vzorce gravitačních vln:** Rigorózní matematické odvození z Einsteinových rovnic, prostorovou integraci Greenovy funkce, tenzor kvadrupólového momentu a aplikaci na ztrátu orbitální energie binárního pulsaru Hulse–Taylor PSR B1913+16.
- **Dodatek B: Analýza dat z družic Fermi a Chandra v Pythonu:** Programátorský manuál pro práci s datovými archivy FITS, filtraci událostí (*event files*), kalibraci odezvy přístrojů (ARF a RMF matice) a vědecké fitování spekter v ekosystému Gammapy a Astropy.
- **Dodatek C: Sbírka 15 řešených úloh z vysokoenergetické astrofyziky:** Ucelená kolekce univerzitních příkladů pokrývajících synchrotronové záření, Eddingtonův limit, Blandfordův–Znajekův výkon, disperzi FRB, chirp gravitačních vln a radioaktivní ohřev kilonovy s kompletními postupy a numerickými výsledky.
- **Dodatek D: Encyklopedický glosář klíčových pojmů:** Abecedně řazený slovník 40 nejdůležitějších pojmů, fyzikálních konstant a světových observatoří.

Dodatek A: Odvození kvadrupólového vzorce gravitačních vln

Tento dodatek podává ucelené matematické odvození kvadrupólové formule gravitačního záření z Einsteinových polních rovnic pro linearizované gravitační pole a jeho aplikaci na ztrátu orbitální energie v binárních pulzarech.

A.1 Greenova funkce vlnové rovnice linearizované gravitace

V linearizované obecné teorii relativity ve vakuové či slabě gravitační oblasti splňuje stopově obrácená perturbace metriky $\bar{h}_{\mu\nu} = h_{\mu\nu} - \frac{1}{2}\eta_{\mu\nu}h$ v Lorenzově kalibraci ($\partial^\mu \bar{h}_{\mu\nu} = 0$) nehomogenní vlnovou rovnici d'Alembertova typu:

$$\square \bar{h}_{\mu\nu}(\mathbf{x}, t) = \left(-\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} + \nabla^2 \right) \bar{h}_{\mu\nu}(\mathbf{x}, t) = -\frac{16\pi G}{c^4} T_{\mu\nu}(\mathbf{x}, t)$$

kde $T_{\mu\nu}$ je tenzor energie a hybnosti materiálního zdroje.

Řešení této parciální diferenciální rovnice získáme pomocí retardované Greenovy funkce $G(\mathbf{x} - \mathbf{x}', t - t')$:

$$\square G(\mathbf{x} - \mathbf{x}', t - t') = \delta^{(3)}(\mathbf{x} - \mathbf{x}') \delta(t - t')$$

Retardovaná Greenova funkce splňující podmínku kauzality má tvar:

$$G(\mathbf{x} - \mathbf{x}', t - t') = -\frac{1}{4\pi|\mathbf{x} - \mathbf{x}'|} \delta\left(t - t' - \frac{|\mathbf{x} - \mathbf{x}'|}{c}\right)$$

Integrací přes celý prostoročas získáme obecné retardované potenciály:

$$\bar{h}_{\mu\nu}(\mathbf{x}, t) = \frac{4G}{c^4} \int \frac{T_{\mu\nu}\left(\mathbf{x}', t - \frac{|\mathbf{x} - \mathbf{x}'|}{c}\right)}{|\mathbf{x} - \mathbf{x}'|} d^3x'$$

A.2 Prostorová integrace a tenzor kvadrupólového momentu

Předpokládejme, že pozorovatel se nachází ve vlnové zóně (wave zone), tj. ve velké vzdálenosti $r = |\mathbf{x}|$ od kompaktního zdroje o charakteristickém rozměru d , přičemž $r \gg d$ a vnitřní pohyby zdroje jsou pomalé vůči rychlosti světla ($v \ll c$, vlnová délka $\lambda_{\text{gw}} \gg d$).

Ve jmenovateli retardovaného integrálu můžeme položit $|\mathbf{x} - \mathbf{x}'| \approx r$. Pro prostorové složky tenzoru perturbace dostáváme:

$$\bar{h}_{ij}(\mathbf{x}, t) \approx \frac{4G}{c^4 r} \int T_{ij}\left(\mathbf{x}', t - \frac{r}{c}\right) d^3x'$$

Ze zákona zachování energie a hybnosti $\partial_\mu T^{\mu\nu} = 0$ plyne v nerelativistickém limitu ($T^{00} \approx \rho c^2$, $T^{0i} \approx c\rho v^i$):

$$\frac{\partial T^{00}}{\partial t} + c\partial_k T^{k0} = 0, \quad \frac{\partial T^{0j}}{\partial t} + c\partial_k T^{kj} = 0$$

Derivováním první rovnice podle času a dosazením z druhé získáme identitu:

$$\frac{\partial^2 T^{00}}{\partial t^2} = c^2 \partial_k \partial_l T^{kl}$$

Využijeme následující tenzorovou identitu pro libovolný symetrický tenzor s kompaktním nosičem integrovaný per partes přes celý objem:

$$\int T^{ij} d^3x = \frac{1}{2} \int \partial_k \partial_l (T^{kl} x^i x^j) d^3x = \frac{1}{2c^2} \frac{d^2}{dt^2} \int T^{00} x^i x^j d^3x \approx \frac{1}{2} \frac{d^2}{dt^2} \int \rho(\mathbf{x}, t) x^i x^j d^3x$$

Definujeme **tenzor hmotového kvadrupólu** M_{ij} a jeho bezstopou část – **redukovaný kvadrupólový moment** I_{ij} :

$$I_{ij}(t) = \int \rho(\mathbf{x}, t) \left(x_i x_j - \frac{1}{3} \delta_{ij} r^2 \right) d^3x$$

Dosazením zpět do integrálu dostáváme fundamentální vztah pro prostorové složky gravitační vlny ve vzdálenosti r :

$$h_{ij}^{\text{TT}}(\mathbf{x}, t) = \frac{2G}{c^4 r} \left[\ddot{I}_{ij} \left(t - \frac{r}{c} \right) \right]^{\text{TT}}$$

kde index TT označuje projekci do příčné bezstopé kalibrace pomocí projekčního operátoru $\Lambda_{ij,kl}$.

A.3 Vyzařovaný výkon gravitačních vln

Hustota toku energie gravitačních vln (Poyntingův vektor pro gravitaci) je určena Isaacsonovým efektivním tenzorem energie a hybnosti gravitačního pole $t_{\mu\nu}^{\text{GW}}$:

$$t_{00}^{\text{GW}} = \frac{c^4}{32\pi G} \langle \partial_0 h_{ij}^{\text{TT}} \partial_0 h_{ij}^{\text{TT}} \rangle = \frac{c^2}{32\pi G} \langle \dot{h}_{ij}^{\text{TT}} \dot{h}_{ij}^{\text{TT}} \rangle$$

Tok energie jednotkovou plochou ve směru $\mathbf{n} = \mathbf{x}/r$ činí $dP/d\Omega = r^2 c t_{00}^{\text{GW}}$. Dosazením za h_{ij}^{TT} přes třetí časovou derivaci kvadrupólu $\ddot{I}_{ij}$ a integrací přes plný prostorový úhel $\int d\Omega$ s využitím úhlového průměrování projekčního tenzoru:

$$\frac{1}{4\pi} \int \Lambda_{ij,kl}(\mathbf{n}) d\Omega = \frac{1}{5} \left(\delta_{ik} \delta_{jl} + \delta_{il} \delta_{jk} - \frac{2}{3} \delta_{ij} \delta_{kl} \right)$$

dospíváme k proslulé **Einsteinově kvadrupólové formulí vyzařovaného výkonu**:

$$P = -\frac{dE}{dt} = \frac{G}{5c^5} \langle \ddot{I}_{ij} \ddot{I}_{ij} \rangle$$

Faktor $c^5 \approx 2.43 \times 10^{52} \text{ cm}^5 \cdot \text{s}^{-5}$ ve jmenovateli vysvětluje, proč jsou gravitační vlny pro běžná makroskopická tělesa neměřitelné a uplatňují se pouze u nekompaktnějších relativistických systémů.

A.4 Ztráta orbitální energie v pulzaru Hulse–Taylor PSR B1913+16

Uvažujme dvě tělesa o hmotnostech m_1 a m_2 obíhající kolem společného těžiště po eliptické keplerovské dráze s velkou poloosou a , excentricitou e a orbitální periodou P_b .

Kvadrupólový moment systému osciluje na orbitální frekvenci a jejích harmonických násobcích. Průměrný vyzářený gravitační výkon odvozený Petersem a Mathewsem (1963) činí:

$$\langle P \rangle = \frac{32}{5} \frac{G^4}{c^5} \frac{m_1^2 m_2^2 (m_1 + m_2)}{a^5} f(e)$$

kde geometrická funkce excentricity je rovna:

$$f(e) = \frac{1 + \frac{73}{24}e^2 + \frac{37}{96}e^4}{(1 - e^2)^{7/2}}$$

Protože celková mechanická energie vázaného keplerovského oběhu je $E_{\text{orb}} = -Gm_1m_2/(2a)$, vede vyzařování energie $dE_{\text{orb}}/dt = -P$ ke zmenšování velké poloosy $\dot{a}$. Z 3. Keplerova zákona $P_b^2 = 4\pi^2a^3/[G(m_1 + m_2)]$ pak plyne sekulární zkracování oběžné periody:

$$\dot{P}_b \equiv \frac{dP_b}{dt} = -\frac{192\pi}{5c^5} \left(\frac{2\pi G}{P_b} \right)^{5/3} \frac{m_1m_2}{(m_1 + m_2)^{1/3}} f(e)$$

Pro slavný binární pulzar **PSR B1913+16** objevený Russellem Hulsem a Josephem Taylorem v roce 1974 ($m_1 \approx 1.44M_\odot$, $m_2 \approx 1.39M_\odot$, $P_b \approx 7.75$ hodiny, $e \approx 0.617$) činí teoretická předpověď:

$$\dot{P}_b^{\text{teor}} = -(2.4025 \pm 0.0001) \times 10^{-12} \text{ s} \cdot \text{s}^{-1}$$

Dlouhodobá radioteleskopická měření časování pulzů trvající přes 40 let potvrdila kumulativní posun periastronu s přesností na 0.2 % **vůči předpovědi obecné teorie relativity**. Tento výsledek představoval první (nepřímý) důkaz existence gravitačních vln a byl oceněn Nobelovou cenou za fyziku v roce 1993.

Dodatek B: Analýza dat z družic Fermi a Chandra v Pythonu

Zatímco v optické astronomii pracujeme s dvourozměrnými snímky v matici pixelů CCD čipu, ve vysokoenergetické rentgenové a gama astronomii registrují přístroje **jednotlivé dopadající fotony**. Datové produkty vysokoenergetických misí jsou proto organizovány do tzv. **událostních souborů (event files)**.

Tento dodatek představuje praktickou metodologii redukce a spektroskopické analýzy dat z rentgenové observatoře **Chandra** (NASA) a gama observatoře **Fermi-LAT** (NASA/DOE) s využitím moderního vědeckého ekosystému Pythonu (Astropy, Gammapy, SciPy).

B.1 Architektura údajových produktů FITS

Základním formátem je binární tabulka FITS (Flexible Image Transport System) s hlavičkou `EVENTS`. Každý řádek tabulky reprezentuje detekci jednoho samostatného fotonu a obsahuje následující klíčové sloupce:

- `TIME`: Čas registrace fotonu v sekundách od referenční epochy mise (Mission Elapsed Time, MET) s mikrosekundovou přesností.
- `ENERGY`: Odhadnutá energie fotonu v elektronvoltech (eV) nebo keV.
- `PHA / PI`: Číslo kanálu amplitudy pulzu (Pulse Height Amplitude / Pulse Invariant) udávající surový a kalibrovaný náboj vytvořený na polovodičovém detektoru.
- `X, Y`: Detektorové souřadnice pixelu.
- `RA, DEC`: Transformované nebeské souřadnice (rektascenze a deklinace J2000) získané ze sledovačů hvězd (star trackers).

B.2 Kalibrace rentgenových dat: ARF a RMF matice

Při analýze rentgenových spekter (např. z kamery ACIS na observatoři Chandra) nelze pozorované spektrum jednoduše „vydělit“ citlivostí přístroje, protože konečné spektrální rozlišení detektoru způsobuje rozmazání energií. Používá se metoda **přímého skládání (forward folding)**.

Vztah mezi teoretickým dopadajícím tokem fotonů $F(E)$ [$\text{foton} \cdot \text{cm}^{-2} \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{keV}^{-1}$] a očekávaným počtem zaznamenaných pulsů $C(h)$ v kanálu h je dán operátorem:

$$C(h) = t_{\text{exp}} \int_0^{\infty} F(E) A_{\text{eff}}(E) R(h, E) dE + B(h)$$

kde:

- t_{exp} je čistý pozorovací expoziční čas bez hluchých dob (dead time).
- $A_{\text{eff}}(E)$ je **pomocný soubor odezvy (Ancillary Response File, ARF)**: vyjadřuje efektivní sběrnou plochu dalekohledu v cm^2 jako funkci energie (zahrnuje geometrickou plochu zrcadel, vignetting a kvantovou účinnost detektoru).
- $R(h, E)$ je **matice redistribuce energie (Redistribution Matrix File, RMF)**: normalizovaná pravděpodobnost, že foton se skutečnou energií E bude zaznamenán v přístrojovém kanálu h .
- $B(h)$ je spektrální pozadí instrumentálního a difúzního původu.

Spektrální fitování spočívá v hledání parametrů teoretického fyzikálního modelu $F(E)$ (např. absorpce $\times$ mocninný zákon), které po konvoluci s maticemi ARF a RMF minimalizují odchylku od naměřených dat $C(h)$ pomocí Cashovy statistiky (C-stat) nebo metody maximální věrohodnosti.

B.3 Analýza Fermi-LAT v balíčku Gammapy

Družice Fermi s hlavním přístrojem **Large Area Telescope (LAT)** operuje v oboru gama záření od 20 MeV do více než 300 GeV. Vzhledem k široké bodové rozptylové funkci (PSF dosahuje na 100 MeV několika stupňů) se analýza neprovádí prostou aperturovou fotometrií, nýbrž **trojrozměrným binned likelihood fitováním** v pozičním i energetickém prostoru.

Standardní analýza v knihovně `Gammapy` (oficiální Astropy-afiliovaný software schválený konsorciem CTA i Fermi) zahrnuje:

1. **Výběr dat (Data Selection):** Vyfiltrování událostí třídy `P8R3\_SOURCE\_V3` v kruhové oblasti zájmu (Region of Interest, ROI o poloměru $10^\circ - 15^\circ$) a omezení na zenitový úhel $\theta_z < 90^\circ$ pro eliminaci gama záření ze zemské atmosféry.
2. **Generování datových krychlí:** Tvorba mapy počtů fotonů (*Counts Cube*), mapy expozice (*Exposure Cube*) a matice PSF.
3. **Modelování difúzního pozadí:** Zahrnutí difúzní emise Mléčné dráhy (interakce kosmického záření s mezihvězdným plynem) a izotropního extragalaktického pozadí.
4. **Poissonovská věrohodnost:** Minimalizace Cashovy statistiky pro Poissonovo rozdělení v každém pixelu a energetickém binu:

$$\ln \mathcal{L} = \sum_i (k_i \ln \mu_i - \mu_i - \ln(k_i!))$$

kde k_i je naměřený počet fotonů a μ_i je modelová předpověď.

1. **Testovací statistika (Test Statistic, TS):** Významnost detekce zdroje vůči nulové hypotéze (pouhé pozadí):

$$TS = 2 (\ln \mathcal{L}_{\text{source}} - \ln \mathcal{L}_0)$$

Podle Wilkova teorému odpovídá hodnota $TS = 25$ statistické významnosti přibližně 5σ (objevová hladina).

B.4 Funkční skript pro fitování spektra v Pythonu

Následující plně funkční skript provádí fitování energetického spektra blazaru (např. Markarian 501) lomeným mocninným zákonem (Broken Power-Law) pomocí metody maximální věrohodnosti a knihovny SciPy.

```

import numpy as np
from scipy.optimize import minimize
import matplotlib.pyplot as plt

def broken_power_law_fit():
    # 1. Syntetická naměřená data z družice (energie v GeV, toky a chyby)
    energies_gev = np.array([1.0, 1.78, 3.16, 5.62, 10.0, 17.8, 31.6, 56.2, 100.0, 178.0])

    # Skutečný model: N_0 = 1e-8, E_break = 12.0 GeV, Gamma_1 = 1.8, Gamma_2 = 2.7
    def true_model(e):
        e_b = 12.0
        return np.where(e < e_b,
                        1e-8 * (e / e_b)**(-1.8),
                        1e-8 * (e / e_b)**(-2.7))

    # Generování dat s gaussovským šumem (10 % relativní chyba)
    np.random.seed(42)
    flux_true = true_model(energies_gev)
    flux_err = 0.15 * flux_true
    flux_obs = flux_true + np.random.normal(0, flux_err)

    # 2. Definice parametrického modelu lomeného mocninného zákona
    # parametry: p = [log10(N_0), log10(E_break), Gamma_1, Gamma_2]
    def bpl_model(e, p):
        n0 = 10.0**p[0]
        eb = 10.0**p[1]
        g1 = p[2]
        g2 = p[3]
        return np.where(e < eb,
                        n0 * (e / eb)**(-g1),
                        n0 * (e / eb)**(-g2))

    # Ztrátová funkce: Chí-kvadrát (ekvivalent Gaussovského likelihoodu)
    def chi2_loss(p):
        model_flux = bpl_model(energies_gev, p)
        return np.sum(((flux_obs - model_flux) / flux_err)**2)

    # 3. Optimalizace pomocí Nelder-Mead a BFGS
    p0 = [-7.5, 1.0, 2.0, 2.5] # Počáteční odhad
    res = minimize(chi2_loss, p0, method='Nelder-Mead')

    best_p = res.x
    n0_fit = 10.0**best_p[0]
    eb_fit = 10.0**best_p[1]
    g1_fit = best_p[2]
    g2_fit = best_p[3]
    chi2_dof = res.fun / (len(energies_gev) - 4)

    print("=== VÝSLEDKY SPEKTRÁLNÍHO FITOVÁNÍ FERMI-LAT ===")
    print(f"Normalizace N_0: {n0_fit:.2e} ph/(cm^2 s GeV)")
    print(f"Zlomová energie E_b: {eb_fit:.2f} GeV (skutečnost: 12.00 GeV)")
    print(f"Index Gamma_1 (měkký): {g1_fit:.2f} (skutečnost: 1.80)")

```

```
print(f"Index Gamma_2 (tvrdý): {g2_fit:.2f} (skutečnost: 2.70)")
print(f"Redukované Chi^2/dof: {chi2_dof:.2f}")

return energies_gev, flux_obs, flux_err, bpl_model(energies_gev, best_p)

e, f_o, f_e, f_m = broken_power_law_fit()
```

Dodatek C: Sbírka 15 řešených úloh

Tato sbírka obsahuje 15 detailně řešených univerzitních příkladů pokrývajících celou šíři vysokoenergetické astrofyziky. Každá úloha uvádí zadání, fyzikální rozbor, analytické odvození a přesné numerické řešení v soustavě SI a CGS.

Úloha 1: Kritická synchrotronová frekvence v Krabí mlhovině

Zadání: Elektron v Krabí mlhovině má energii $E = 10 \text{ TeV}$. Velikost lokálního magnetického pole je $B = 300 \mu\text{G} = 3 \times 10^{-4} \text{ G}$. Určete Lorentzův faktor elektronu γ a kritickou synchrotronovou frekvenci ν_c (za předpokladu úhlu sklonu $\alpha = 90^\circ$). V jakém spektrálním oboru elektron září? **Řešení:** Klidová energie elektronu je $m_e c^2 \approx 0.511 \text{ MeV} = 5.11 \times 10^5 \text{ eV}$. Lorentzův faktor je:

$$\gamma = \frac{E}{m_e c^2} = \frac{10 \times 10^{12} \text{ eV}}{5.11 \times 10^5 \text{ eV}} \approx 1.957 \times 10^7$$

Kritická synchrotronová frekvence je dána vztahem (Kapitola 1):

$$\nu_c = \frac{3}{4\pi} \gamma^2 \frac{eB}{m_e c} \sin \alpha$$

Dosažením konstant ($e = 4.803 \times 10^{-10} \text{ Fr}$, $m_e = 9.109 \times 10^{-28} \text{ g}$, $c = 2.998 \times 10^{10} \text{ cm/s}$):

$$\frac{eB}{m_e c} = \frac{4.803 \times 10^{-10} \times 3 \times 10^{-4}}{9.109 \times 10^{-28} \times 2.998 \times 10^{10}} \approx 5.276 \times 10^3 \text{ rad/s}$$

$$\nu_c = \frac{3}{4\pi} \times (1.957 \times 10^7)^2 \times 5.276 \times 10^3 \approx 4.82 \times 10^{17} \text{ Hz}$$

Energie emitovaného fotonu činí:

$$h\nu_c \approx 4.136 \times 10^{-15} \text{ eV} \cdot \text{s} \times 4.82 \times 10^{17} \text{ s}^{-1} \approx 2.0 \text{ keV}$$

Závěr: Elektron září v **měkkém rentgenovém oboru** s energií fotonu přibližně 2.0 keV.

Úloha 2: Doba synchrotronového chlazení elektronů

Zadání: Odvoďte vztah pro charakteristickou dobu chlazení t_{cool} relativistického elektronu synchrotronovým vyzařováním. Vypočítejte tuto dobu pro elektron z Úlohy 1 ($E = 10 \text{ TeV}$, $B = 300 \mu\text{G}$). **Řešení:** Celkový vyzářený výkon jednoho elektronu (zprůměrovaný přes úhly) je $P = \frac{4}{3} \sigma_T c \gamma^2 U_B$. Doba chlazení je definována poměrem kinetické energie a výkonu:

$$t_{\text{cool}} \equiv \frac{E}{P} = \frac{\gamma m_e c^2}{\frac{4}{3} \sigma_T c \gamma^2 U_B} = \frac{6\pi m_e c}{\sigma_T B^2 \gamma}$$

Hustota energie magnetického pole je $U_B = B^2/(8\pi) = (3 \times 10^{-4})^2/(8\pi) \approx 3.58 \times 10^{-9} \text{ erg/cm}^3$.

$$t_{\text{cool}} = \frac{6\pi \times (9.109 \times 10^{-28}) \times (2.998 \times 10^{10})}{(6.652 \times 10^{-25}) \times (3 \times 10^{-4})^2 \times (1.957 \times 10^7)} \approx 4.39 \times 10^8 \text{ s} \approx 13.9 \text{ let}$$

Závěr: Elektron ztratí polovinu své energie synchrotronovým vyzařováním za přibližně **13.9 roku**.

Úloha 3: Inverzní Comptonův rozptyl na reliktním záření

Zadání: Elektron s energií $E = 100$ GeV naráží do fotonu reliktního mikrovlnného záření (CMB) o energii $\epsilon_0 = 6.3 \times 10^{-4}$ eV. Vypočítejte střední energii rozptýleného fotonu $\langle \epsilon_1 \rangle$ v Thomsonově režimu. **Řešení:** Lorentzův faktor elektronu: $\gamma = E/(m_e c^2) = 10^{11}/(5.11 \times 10^5) \approx 1.957 \times 10^5$. Podmínka Thomsonova režimu: $4\gamma\epsilon_0 = 4 \times (1.957 \times 10^5) \times (6.3 \times 10^{-4} \text{ eV}) \approx 493 \text{ eV} \ll m_e c^2 \approx 5.11 \times 10^5 \text{ eV}$. Thomsonův režim je splněn. Střední energie po rozptylu činí:

$$\langle \epsilon_1 \rangle = \frac{4}{3} \gamma^2 \epsilon_0 = \frac{4}{3} \times (1.957 \times 10^5)^2 \times (6.3 \times 10^{-4} \text{ eV}) \approx 3.22 \times 10^7 \text{ eV} \approx 32.2 \text{ MeV}$$

Závěr: Nízkoenergetický mikrovlnný foton je povýšen na foton gama záření o energii **32.2 MeV**.

Úloha 4: Eddingtonova mez svítivosti supermasivní černé díry v M87

Zadání: Hmotnost supermasivní černé díry v galaxii M87 byla pomocí Event Horizon Telescope určena na $M = 6.5 \times 10^9 M_\odot$. Vypočítejte Eddingtonovu svítivost L_{Edd} a odpovídající kritickou akreční rychlost $\dot{M}_{\text{Edd}}$ při zářivé účinnosti $\eta = 0.1$. **Řešení:** Eddingtonova svítivost:

$$L_{\text{Edd}} = 1.26 \times 10^{38} \left(\frac{M}{M_\odot} \right) = 1.26 \times 10^{38} \times (6.5 \times 10^9) \approx 8.19 \times 10^{47} \text{ erg/s}$$

Ve wattech: $L_{\text{Edd}} \approx 8.19 \times 10^{40} \text{ W}$. Kritická akreční rychlost z rovnice $L_{\text{Edd}} = \eta \dot{M}_{\text{Edd}} c^2$:

$$\dot{M}_{\text{Edd}} = \frac{L_{\text{Edd}}}{\eta c^2} = \frac{8.19 \times 10^{47}}{0.1 \times (2.998 \times 10^{10})^2} \approx 9.11 \times 10^{27} \text{ g/s}$$

Převáděno na hmotnosti Slunce za rok ($1 M_\odot/\text{rok} \approx 6.3 \times 10^{25} \text{ g/s}$):

$$\dot{M}_{\text{Edd}} \approx 145 M_\odot/\text{rok}$$

Závěr: Eddingtonova svítivost činí $8.2 \times 10^{47} \text{ erg/s}$ a kritická akreční rychlost je $145 M_\odot$ za rok.

Úloha 5: Maximální teplota akrečního disku v rentgenové dvojhvězdě

Zadání: Uvažujme stacionární akreční disk Šakura-Sjunjajev kolem černé díry o hmotnosti $M = 10 M_\odot$. Akreční rychlost je $\dot{M} = 10^{18} \text{ g/s}$ a poloměr vnitřního okraje je $r_{\text{in}} = 6GM/c^2$ (Schwarzschildovo ISCO). Vypočítejte poloměr ISCO a maximální teplotu disku T_{max} . **Řešení:** Poloměr ISCO:

$$r_{\text{in}} = \frac{6GM}{c^2} = \frac{6 \times (6.674 \times 10^{-8}) \times (10 \times 1.989 \times 10^{33})}{(2.998 \times 10^{10})^2} \approx 8.86 \times 10^6 \text{ cm} \approx 88.6 \text{ km}$$

Maximální teplota nastává v poloměru $r_{\text{max}} \approx 1.36 r_{\text{in}}$ a má hodnotu:

$$T_{\text{max}} \approx 0.488 \left(\frac{3GM\dot{M}}{8\pi\sigma_{\text{SB}} r_{\text{in}}^3} \right)^{1/4}$$

Stefanova-Boltzmannova konstanta: $\sigma_{\text{SB}} \approx 5.670 \times 10^{-5} \text{ erg} \cdot \text{cm}^{-2} \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{K}^{-4}$. Vypočteme člen v závorce:

$$\frac{3 \times (6.674 \times 10^{-8}) \times (1.989 \times 10^{34}) \times 10^{18}}{8\pi \times (5.670 \times 10^{-5}) \times (8.86 \times 10^6)^3} \approx 4.025 \times 10^{27} \text{ K}^4$$

$$T_{\text{max}} \approx 0.488 \times (4.025 \times 10^{27})^{1/4} \approx 0.488 \times 7.96 \times 10^6 \approx 3.88 \times 10^6 \text{ K}$$

Teplná energie fotonu: $k_B T_{\max} \approx 8.617 \times 10^{-5} \text{ eV/K} \times (3.88 \times 10^6 \text{ K}) \approx 334 \text{ eV} \approx 0.33 \text{ keV}$. **Závěr:** Maximální teplota disku je $3.9 \times 10^6 \text{ K}$, což odpovídá měkkému rentgenovému záření o energii 0.33 keV.

Úloha 6: Poloměr Rocheova laloku v Cygnus X-1

Zadání: Rentgenová dvojhvězda Cygnus X-1 se skládá z černé díry o hmotnosti $M_1 = 15M_\odot$ a modrého veleobra o hmotnosti $M_2 = 20M_\odot$ obíhajících s velkou poloosou $a = 0.2 \text{ AU} \approx 3.0 \times 10^{12} \text{ cm}$. Vypočtěte efektivní poloměr Rocheova laloku r_L sekundární hvězdy pomocí Eggletonova vzorce. **Řešení:** Hmotnostní poměr sekundáru k primáru je $q = M_2/M_1 = 20/15 \approx 1.333$. Eggletonův vzorec:

$$\frac{r_L}{a} \approx \frac{0.49q^{2/3}}{0.6q^{2/3} + \ln(1 + q^{1/3})}$$

Spočteme jednotlivé členy: $q^{1/3} \approx 1.1006$, $q^{2/3} \approx 1.2114$, $\ln(1 + q^{1/3}) = \ln(2.1006) \approx 0.7422$. Jmenovatel: $0.6 \times 1.2114 + 0.7422 \approx 0.7268 + 0.7422 \approx 1.4690$. Číselník: $0.49 \times 1.2114 \approx 0.5936$.

$$\frac{r_L}{a} \approx \frac{0.5936}{1.4690} \approx 0.404$$

$$r_L = 0.404 \times (3.0 \times 10^{12} \text{ cm}) \approx 1.21 \times 10^{12} \text{ cm} \approx 17.4R_\odot$$

Závěr: Poloměr Rocheova laloku veleobra je přibližně $1.21 \times 10^{12} \text{ cm}$ ($17.4R_\odot$).

Úloha 7: Zdánlivá nadsvětelná rychlost v mikrokvarzu GRS 1915+105

Zadání: Relativistický výtrysk mikrokvarzu vyvrhuje plazmové uzly skutečnou rychlostí $v = 0.92c$ ($\beta = 0.92$) pod úhlem sklonu $\theta = 70^\circ$ k zornému paprsku. Vypočtěte zdánlivou příčnou rychlost β_{app} . Jaký úhel $\theta_{\max}$ by maximalizoval zdánlivou rychlost a jaká by byla její hodnota? **Řešení:** Zdánlivá příčná rychlost:

$$\beta_{\text{app}} = \frac{\beta \sin \theta}{1 - \beta \cos \theta}$$

Pro $\theta = 70^\circ$: $\sin 70^\circ \approx 0.9397$, $\cos 70^\circ \approx 0.3420$. Jmenovatel: $1 - 0.92 \times 0.3420 \approx 1 - 0.3146 \approx 0.6854$. Číselník: $0.92 \times 0.9397 \approx 0.8645$.

$$\beta_{\text{app}} = \frac{0.8645}{0.6854} \approx 1.261$$

Maximální zdánlivá rychlost nastává pro $\cos \theta_{\max} = \beta = 0.92 \implies \theta_{\max} \approx 23.1^\circ$. Lorentzův faktor: $\gamma = (1 - 0.92^2)^{-1/2} = (1 - 0.8464)^{-1/2} \approx 2.55$. Maximální rychlost: $\beta_{\text{app,max}} = \beta\gamma = 0.92 \times 2.55 \approx 2.35$. **Závěr:** Zdánlivá příčná rychlost při $\theta = 70^\circ$ činí $1.26c$ (pozorovatel vidí nadsvětelný pohyb). Teoretické maximum pro tento jet je $2.35c$.

Úloha 8: Blandfordův-Znajekův výkon pro rotující černou díru

Zadání: Supermasivní černá díra o hmotnosti $M = 10^9 M_\odot$ má bezrozměrný spin $a_* = 0.9$ a nachází se v poloidálním magnetickém poli o indukci $B = 10^4 \text{ G}$. Vypočtěte poloměr horizontu událostí r_+ a výkon jetu P_{BZ} . **Řešení:** Poloměr horizontu v Kerrově metrice ($r_g = GM/c^2 \approx 1.48 \times 10^{14} \text{ cm}$):

$$r_+ = r_g \left(1 + \sqrt{1 - a_*^2} \right) = r_g \left(1 + \sqrt{1 - 0.81} \right) \approx 1.436 r_g \approx 2.12 \times 10^{14} \text{ cm}$$

Úhlová rychlost horizontu:

$$\Omega_H = \frac{a_* c}{2r_+} = \frac{0.9 \times (2.998 \times 10^{10})}{2 \times (2.12 \times 10^{14})} \approx 6.36 \times 10^{-5} \text{ rad/s}$$

Blandfordův–Znajekův výkon:

$$P_{\text{BZ}} \approx \frac{\kappa}{4\pi c} r_g^2 \Omega_H^2 B^2 r_+^2 c^2 \approx \frac{0.053}{4\pi c} B^2 \Omega_H^2 r_g^4$$

Analytický vzorec dává číselně:

$$P_{\text{BZ}} \approx 10^{45} \left(\frac{a_*}{0.9} \right)^2 \left(\frac{M}{10^9 M_\odot} \right)^2 \left(\frac{B}{10^4 \text{ G}} \right)^2 \approx 1.2 \times 10^{45} \text{ erg/s}$$

Závěr: Výkon relativistického výtrysku je přibližně $1.2 \times 10^{45} \text{ erg/s}$ ($1.2 \times 10^{38} \text{ W}$).

Úloha 9: Kompaktnostní parametr a optická tloušťka v gama záblesku

Zadání: Gama záblesk vykazuje izotropní svítivost $L = 10^{52} \text{ erg/s}$ a variabilitu $\delta t = 10 \text{ ms}$. Určete optickou tloušťku vůči produkci elektron–pozitronových párů $\tau_{\gamma\gamma}$ pro statický zdroj a ukažte, že pro $\Gamma = 300$ klesne $\tau_{\gamma\gamma}$ hluboko pod 1.

Řešení: Kauzální rozměr statického zdroje: $R_0 \leq c \delta t = 3.0 \times 10^8 \text{ cm}$. Fotonová hustota při střední energii $\langle h\nu \rangle \approx 1 \text{ MeV} \approx 1.6 \times 10^{-6} \text{ erg}$:

$$n_\gamma \approx \frac{L}{4\pi R_0^2 c \langle h\nu \rangle} \approx \frac{10^{52}}{4\pi \times (3 \times 10^8)^2 \times (3 \times 10^{10}) \times (1.6 \times 10^{-6})} \approx 1.84 \times 10^{20} \text{ cm}^{-3}$$

Optická tloušťka statického zdroje:

$$\tau_{\gamma\gamma} \approx \sigma_T n_\gamma R_0 \approx (6.65 \times 10^{-25}) \times (1.84 \times 10^{20}) \times (3 \times 10^8) \approx 3.7 \times 10^4 \gg 1$$

Při relativistické expanzi s $\Gamma = 300$ klesá optická tloušťka s faktorem $\Gamma^{-(2\alpha+4)}$ (pro $\alpha \approx 1$ je exponent 6):

$$\tau_{\gamma\gamma}(\Gamma) \approx \frac{\tau_{\gamma\gamma}}{\Gamma^6} = \frac{3.7 \times 10^4}{300^6} = \frac{3.7 \times 10^4}{7.29 \times 10^{14}} \approx 5.1 \times 10^{-11} \ll 1$$

Závěr: Pro $\Gamma = 300$ je ohnivá koule dokonale transparentní ($\tau_{\gamma\gamma} \ll 1$) a fotony GeV volně unikají.

Úloha 10: Decelerační poloměr rázové vlny gama záblesku

Zadání: Ejekt gama záblesku s celkovou energií $E = 10^{53} \text{ erg}$ a Lorentzovým faktorem $\Gamma_0 = 200$ expanduje do mezihvězdného prostředí o hustotě $n = 1 \text{ atom/cm}^3$ ($\rho = m_p n \approx 1.67 \times 10^{-24} \text{ g/cm}^3$). Vypočítejte poloměr decelerace R_{dec} , v němž ejekt zamete hmotu rovnou M_0/Γ_0 a začíná brzdit. **Řešení:** Klidová hmotnost ejektu: $M_0 = E/(\Gamma_0 c^2)$. Podmínka decelerace nastává, když rázová vlna nabere z okolí hmotu $M_{\text{swept}} = \frac{4\pi}{3} R_{\text{dec}}^3 \rho$ takovou, že $M_{\text{swept}} \approx M_0/\Gamma_0 = E/(\Gamma_0^2 c^2)$:

$$\frac{4\pi}{3} R_{\text{dec}}^3 \rho \approx \frac{E}{\Gamma_0^2 c^2} \implies R_{\text{dec}} = \left(\frac{3E}{4\pi \rho c^2 \Gamma_0^2} \right)^{1/3}$$

Dosadíme hodnoty:

$$R_{\text{dec}} = \left(\frac{3 \times 10^{53}}{4\pi \times (1.67 \times 10^{-24}) \times (3 \times 10^{10})^2 \times 200^2} \right)^{1/3} \approx \left(\frac{3 \times 10^{53}}{7.55 \times 10^2} \right)^{1/3} \approx (3.97 \times 10^{50})^{1/3} \approx 7.35 \times 10^{16} \text{ cm}$$

V astronomických jednotkách / světelných dnech: $R_{\text{dec}} \approx 0.024 \text{ pc} \approx 28 \text{ světelných dní}$. **Závěr:** Decelerace rázové vlny nastává ve vzdálenosti $7.4 \times 10^{16} \text{ cm}$.

Úloha 11: Magnetická energie magnetaru SGR 1806–20

Zadání: Magnetar má poloměr $R = 12$ km a dipólové magnetické pole na povrchu $B = 8 \times 10^{14}$ G. Vypočtěte celkovou magnetickou energii uloženou v tělese a porovnejte ji s energií uvolněnou při obří erupci v prosinci 2004 ($E_{\text{flare}} \approx 4 \times 10^{46}$ erg). **Řešení:** Průměrná hustota magnetické energie:

$$u_B = \frac{B^2}{8\pi} = \frac{(8 \times 10^{14})^2}{8\pi} \approx 2.55 \times 10^{28} \text{ erg/cm}^3$$

Objem neutronové hvězdy:

$$V = \frac{4\pi}{3} R^3 = \frac{4\pi}{3} (1.2 \times 10^6 \text{ cm})^3 \approx 7.24 \times 10^{18} \text{ cm}^3$$

Celková magnetická energie:

$$E_{\text{mag}} \approx u_B V \approx 2.55 \times 10^{28} \times 7.24 \times 10^{18} \approx 1.84 \times 10^{47} \text{ erg}$$

Podíl energie uvolněné při erupci:

$$\frac{E_{\text{flare}}}{E_{\text{mag}}} \approx \frac{4 \times 10^{46}}{1.84 \times 10^{47}} \approx 0.22 \quad (22 \%)$$

Závěr: Celková magnetická energie je přibližně 1.8×10^{47} erg. Jediná gigantická erupce spotřebovala přibližně 22 % veškeré magnetické energie magnetaru.

Úloha 12: Disperzní zpoždění a vzdálenost FRB 180916

Zadání: Rychlý rádiový záblesk FRB 180916 byl detekován s celkovou disperzní mírou $DM_{\text{obs}} = 349 \text{ pc} \cdot \text{cm}^{-3}$. Příspěvek Mléčné dráhy podél tohoto směru je $DM_{\text{MW}} = 40 \text{ pc} \cdot \text{cm}^{-3}$ a příspěvek hala je $DM_{\text{halo}} = 30 \text{ pc} \cdot \text{cm}^{-3}$.

1. Vypočtěte časové zpoždění signálu mezi 800 MHz a 400 MHz.
2. Odhadněte kosmologický červený posuv z pomocí Macquartova vztahu (předpokládejte $DM_{\text{host}} \approx 40 \text{ pc} \cdot \text{cm}^{-3}$).

Řešení:

1. Časové zpoždění mezi frekvencemi $\nu_1 = 800$ MHz a $\nu_2 = 400$ MHz:

$$\Delta t = 4.149 \times 10^3 \left(\frac{1}{\nu_2^2} - \frac{1}{\nu_1^2} \right) DM_{\text{obs}} = 4.149 \times 10^3 \left(\frac{1}{400^2} - \frac{1}{800^2} \right) \times 349$$

$$\left(\frac{1}{160\,000} - \frac{1}{640\,000} \right) = \frac{3}{640\,000} \approx 4.6875 \times 10^{-6} \text{ MHz}^{-2}$$

$$\Delta t = 4.149 \times 10^3 \times (4.6875 \times 10^{-6}) \times 349 \approx 6.79 \text{ s}$$

1. Příspěvek mezigalaktického média:

$$DM_{\text{IGM}} = DM_{\text{obs}} - DM_{\text{MW}} - DM_{\text{halo}} - \frac{DM_{\text{host}}}{1+z} \approx 349 - 40 - 30 - 40 \approx 239 \text{ pc} \cdot \text{cm}^{-3}$$

Macquartův vztah $DM_{\text{IGM}} \approx 1000z$:

$$z \approx \frac{239}{1000} \approx 0.24$$

(Skutečný spektroskopicky potvrzený červený posuv mateřské galaxie je $z = 0.0337$, přičemž zbytek disperze byl způsoben hustým plynem v oblasti tvorby hvězd v mateřské spirální galaxii). **Závěr:** Zpoždění činí **6.79 sekundy** a zjednodušený odhad červeného posuvu z IGM dává $z \approx 0.24$.

Úloha 13: Chirp hmotnost a zrychlení frekvence GW150914

Zadání: Při události GW150914 měly dvě černé díry před splynutím hmotnosti $m_1 = 36M_\odot$ a $m_2 = 29M_\odot$.

Vypočtete:

1. Chirp hmotnost $\mathcal{M}_c$ v jednotkách $M_\odot$.
2. Časovou změnu gravitačně-vlnové frekvence $\dot{f}_{\text{gw}}$ v okamžiku, kdy detektory měřily frekvenci $f_{\text{gw}} = 100$ Hz.

Řešení:

1. Chirp hmotnost:

$$\mathcal{M}_c = \frac{(m_1 m_2)^{3/5}}{(m_1 + m_2)^{1/5}} = \frac{(36 \times 29)^{3/5}}{(36 + 29)^{1/5}} = \frac{1044^{0.6}}{65^{0.2}} = \frac{64.444}{2.2974} \approx 28.05 M_\odot$$

V gramech: $\mathcal{M}_c \approx 28.05 \times (1.989 \times 10^{33} \text{ g}) \approx 5.58 \times 10^{34} \text{ g}$.

1. Časová změna frekvence podle post-newtonovského vzorce:

$$\dot{f}_{\text{gw}} = \frac{96}{5} \pi^{8/3} \left(\frac{G \mathcal{M}_c}{c^3} \right)^{5/3} f_{\text{gw}}^{11/3}$$

Spočteme členy: $G \mathcal{M}_c / c^3 = (6.674 \times 10^{-8} \times 5.58 \times 10^{34}) / (2.998 \times 10^{10})^3 \approx 1.381 \times 10^{-4} \text{ s}$.
 $(G \mathcal{M}_c / c^3)^{5/3} \approx (1.381 \times 10^{-4})^{5/3} \approx 3.73 \times 10^{-7} \text{ s}^{5/3}$. $f_{\text{gw}}^{11/3} = 100^{11/3} = 10^{22/3} = 10^{7.333} \approx 2.154 \times 10^7 \text{ Hz}^{11/3}$.
 $\frac{96}{5} \pi^{8/3} \approx 19.2 \times 21.36 \approx 410.1$.

$$\dot{f}_{\text{gw}} \approx 410.1 \times (3.73 \times 10^{-7}) \times (2.154 \times 10^7) \approx 3.29 \times 10^3 \text{ Hz/s}$$

Závěr: Chirp hmotnost je $28.1 M_\odot$ a při frekvenci 100 Hz roste frekvence signálu tempem 3 290 Hz za sekundu.

Úloha 14: Difúzní čas a svítivost kilonovy AT 2017gfo

Zadání: Ejekt kilonovy AT 2017gfo má hmotnost $M_{\text{ej}} = 0.04 M_\odot \approx 8.0 \times 10^{31} \text{ g}$, střední rychlost expanze $v = 0.15c \approx 4.5 \times 10^9 \text{ cm/s}$ a střední opacitu $\kappa = 3.0 \text{ cm}^2/\text{g}$.

1. Vypočtete difúzní čas t_{peak} (čas maxima světelné křivky).
2. Určete špičkovou bolometrickou svítivost L_{peak} za předpokladu měrného ohřevu $\dot{q}_{\text{heat}}(t) = 2 \times 10^{10} (t/\text{den})^{-1.3} \text{ erg/(g s)}$ a termalizační účinnosti $f_{\text{th}} = 0.4$.

Řešení:

1. Difúzní čas (Arnettův vzorec s $\beta = 13.8$):

$$t_{\text{peak}} = \left(\frac{3 \kappa M_{\text{ej}}}{4 \pi \beta c v} \right)^{1/2}$$

Čitatel: $3 \times 3.0 \times (8.0 \times 10^{31}) = 7.2 \times 10^{32} \text{ cm}^3$.
 $4 \pi \times 13.8 \times (3.0 \times 10^{10}) \times (4.5 \times 10^9) \approx 2.34 \times 10^{22} \text{ cm}^3/\text{s}^2$.

Jmenovatel:

$$t_{\text{peak}} = \sqrt{\frac{7.2 \times 10^{32}}{2.34 \times 10^{22}}} = \sqrt{3.077 \times 10^{10}} \approx 1.754 \times 10^5 \text{ s} \approx 2.03 \text{ dne}$$

1. Měrný radioaktivní výkon v čase $t = 2.03$ dne:

$$\dot{q}_{\text{heat}}(t_{\text{peak}}) = 2 \times 10^{10} \times (2.03)^{-1.3} \approx 2 \times 10^{10} \times 0.399 \approx 7.98 \times 10^9 \text{ erg} \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{g}^{-1}$$

Špičková svítivost:

$$L_{\text{peak}} \approx M_{\text{ej}} \dot{q}_{\text{heat}}(t_{\text{peak}}) f_{\text{th}} = (8.0 \times 10^{31}) \times (7.98 \times 10^9) \times 0.4 \approx 2.55 \times 10^{41} \text{ erg/s}$$

Ve svítivostech Slunce ($L_{\odot} \approx 3.828 \times 10^{33} \text{ erg/s}$): $L_{\text{peak}} \approx 6.7 \times 10^7 L_{\odot}$. **Závěr:** Kilonova dosahuje maxima za **2.0 dne** s bolometrickou svítivostí $2.6 \times 10^{41} \text{ erg/s}$.

Úloha 15: Energie neutrína a Čerenkovův kužel v IceCube

Zadání: Mionové neutrino z události IceCube-170922A mělo energii $E_{\nu} \approx 290 \text{ TeV}$.

- Jaká byla minimální energie primárního protonu E_p , který toto neutrino v blazaru TXS 0506+056 vygeneroval fotopionovým rozpadem?
- Vypočtete poloviční úhel Čerenkovova kužele θ_C emitovaného sekundárním ultrarelativistickým mionem v antarktickém ledu o indexu lomu $n = 1.31$.

Řešení:

- Při fotopionové produkci ($p + \gamma \rightarrow n + \pi^+$ a $\pi^+ \rightarrow \mu^+ + \nu_{\mu}$) odnáší neutrino přibližně 5 % energie primárního protonu: $E_{\nu} \approx 0.05 E_p$. Minimální energie protonu:

$$E_p \approx \frac{E_{\nu}}{0.05} = 20 \times 290 \text{ TeV} = 5800 \text{ TeV} = 5.8 \text{ PeV} = 5.8 \times 10^{15} \text{ eV}$$

- Pro ultrarelativistický mion je rychlost částice $v \approx c$ ($\beta \approx 1$). Čerenkovův úhel je dán vztahem:

$$\cos \theta_C = \frac{1}{\beta n} \approx \frac{1}{n} = \frac{1}{1.31} \approx 0.7634$$

$$\theta_C = \arccos(0.7634) \approx 40.24^\circ$$

Závěr: Primární proton musel být v blazaru urychlen na nejméně **5.8 PeV**. Čerenkovovo světlo se v ledu šíří v kuželu s polovičním vrcholovým úhlem 40.2° .

Dodatek D: Encyklopedický glosář

Tento glosář obsahuje abecedně uspořádaný výklad více než 40 základních pojmů, fyzikálních veličin, observatoří a principů vysokoenergetické astrofyziky a multi-messenger astronomie.

A

- **ADAF (Advection–Dominated Accretion Flow):** Režim geometricky tlustého a opticky tenkého akrečního toku při sub-Eddingtonovských akrečních rychlostech ($\dot{M} \ll 0.01 \dot{M}_{\text{Edd}}$). Většina uvolněné gravitační energie není vyzařena, nýbrž advekcí vtažena pod horizont událostí černé díry.
- **AGN (Active Galactic Nucleus):** Aktivní galaktické jádro – kompaktní centrální oblast galaxie s mimořádnou nesetrvatelnou svítivostí poháněná akrecí plynu na supermasivní černou díru.
- **Alfvénův poloměr (r_A):** Vzdálenost od magnetizované neutronové hvězdy, v níž tlak magnetického pole převáží dynamický tlak dopadajícího akreujícího plynu.
- **Anomální rentgenový pulsar (AXP):** Třída pomalu rotujících neutronových hvězd ($P \sim 2 - 12$ s) s extrémním magnetickým polem, jejichž rentgenové záření je napájeno rozpadem magnetické energie (magnetary).
- **ARF (Ancillary Response File):** Kalibrační tabulka v rentgenové astronomii popisující efektivní sběrnou plochu dalekohledu $A_{\text{eff}}(E)$ jako funkci energie fotonu.

B

- **Beaming (relativistický světlometový efekt):** Koncentrace záření relativisticky se pohybujícího zdroje do úzkého kužele o polovičním vrcholovém úhlu $\theta \sim 1/\gamma$ ve směru okamžitého vektoru rychlosti v důsledku aberace světla.
- **Blandfordův–Znajekův mechanismus:** Proces extrakce rotační energie Kerrovy černé díry prostřednictvím magnetických siločar ukotvených v ergosféře a generování relativistických výtrysků (jetů).
- **Blazar:** Aktivní galaktické jádro s relativistickým jetem mířícím přímo k pozorovateli ($\theta \lesssim 1/\Gamma$), vyznačující se extrémní proměnností toku, vysokou polarizací a dominancí v oboru GeV a TeV gama záření.
- **Brzdné záření (Bremsstrahlung):** Elektromagnetické záření vznikající při zpomalení nebo vychýlení volného nabitého elektronu v elektrostatickém poli atomového jádra či iontu.

C

- **Cashova statistika (C–stat):** Statistická ztrátová funkce odvozená z Poissonova rozdělení, používaná pro fitování spekter v režimu nízkých počtů zaznamenaných fotonů.
- **Chirp signál:** Gravitačně-vlnový signál ze spirálující binární dvojhvězdy charakteristický současným monotónním růstem amplitudy a frekvence v čase.
- **Comptonova katastrofa:** Lavinové chlazení relativistického plazmatu v důsledku opakovaného inverzního Comptonova rozptylu fotonů při překročení jasové teploty $T_b \gtrsim 10^{12}$ K.

D

- **Disperzní míra (DM):** Integrál číselné hustoty volných elektronů podél zorného paprsku od zdroje k pozorovateli ($\int n_e ds$), způsobující frekvenčně závislé zpoždění rádiových pulsů ($\Delta t \propto \nu^{-2}$).
- **Dopplerův faktor (δ):** Relativistický korekční faktor $\delta = [\Gamma(1 - \beta \cos \theta)]^{-1}$ popisující frekvenční posun a zesílení toku záření způsobené pohybem zdroje.

E

- **Eddingtonova mez svítivosti (L_{Edd}):** Maximální stacionární svítivost sféricky symetrického tělesa, při níž je gravitační přitažlivost vyvážena radiačním tlakem působícím na elektrony prostřednictvím Thomsonova rozptylu.
- **Ergosféra:** Oblast prostoročasu v Kerrově metrice vně vnějšího horizontu událostí, v níž strhávání časoprostoru rotací černé díry znemožňuje částici setrvat v klidu vůči vzdálenému pozorovateli.

F

- **Fast Radio Burst (FRB):** Rychlý rádiový záblesk – milisekundový koherentní rádiový impuls extragalaktického původu s obrovskou jasovou teplotou generovaný magnetary.
- **Fermi-LAT:** Large Area Telescope – primární přístroj na palubě družice Fermi detekující gama záření v rozsahu energií od 20 MeV do více než 300 GeV.
- **Fireball (ohnivá koule):** Teoretický model relativisticky expandujícího plazmatu fotonů, elektronů a pozitronů v gama záblescích s Lorentzovým faktorem $\Gamma \gtrsim 100$.
- **Fluorescenční čára Fe K α :** Emisní rentgenová čára neutrálního železa na energii 6.40 keV vznikající deexcitací po fotoionizaci slupky K, sloužící jako sonda zakřivení časoprostoru v akrečních discích.

G

- **Gauntův faktor ($\bar{g}_{\text{ff}}$):** Bezrozměrná kvantově-mechanická korekce Coulombovského účinného průřezu v teorii brzděného záření.
- **Gravitační červený posuv:** Ztráta energie fotonu stoupajícího z gravitačního potenciálového pole masivního tělesa ($1 + z = [1 - 2GM/(rc^2)]^{-1/2}$).
- **GZK limit (Greisen-Zacepin-Kuzmin):** Teoretická horní hranice energie kosmického záření ($E \approx 5 \times 10^{19}$ eV) způsobená nepružnými srážkami protonů s fotony reliktního mikrovlnného záření za vzniku pionů.

H

- **Hadronický proces:** Radiační proces iniciovaný srážkami relativistických protonů a jader, vedoucí k produkci nabitých a neutrálních pionů a následné emisi vysokoenergetických neutrin.
- **HMXB (High-Mass X-ray Binary):** Hmotná rentgenová dvojhvězda – kompaktní objekt akreující plyn z masivní optické hvězdy spektrální třídy O nebo B prostřednictvím hvězdného větru.

I

- **IceCube:** Kilometrový detektor neutrin v hlubinném antarktickém ledu na jižním pólu detekující Čerenkovovo záření sekundárních mionů a spršek.
- **Inverzní Comptonův rozptyl (IC):** Pružná srážka ultrarelativistického elektronu s nízkoenergetickým fotonem, při níž foton získává energii a jeho frekvence vzrůstá o faktor $\sim \gamma^2$.
- **ISCO (Innermost Stable Circular Orbit):** Poslední stabilní kruhová dráha hmotné částice v okolí černé díry ($r = 6GM/c^2$ pro Schwarzschildovu metriku).

K

- **Kilonova:** Optický a infračervený transient trvající dny až týdny napájený radioaktivním rozpadem těžkých jader r-procesu syntetizovaných v ejektu po splynutí dvou neutronových hvězd.
- **Kleinův-Nishinův vzorec:** Kvantově-elektrodynamický vzorec pro účinný průřez Comptonova rozptylu zahrnující zpětný ráz elektronu při energiích $h\nu \gtrsim m_e c^2$.

L

- **LIGO (Laser Interferometer Gravitational-Wave Observatory):** Dvojice kilometrových laserových interferometrů v USA určených k přímé detekci gravitačních vln.
- **LMXB (Low-Mass X-ray Binary):** Málohmotná rentgenová dvojhvězda – kompaktní objekt akreující plyn z vyvinuté hvězdy o hmotnosti $M \leq M_{\odot}$ přetokem přes Rocheův lalok.

M

- **Macquartův vztah:** Lineární závislost mezi střední disperzní mírou mezigalaktického média a kosmologickým červeným posuvem ($\langle DM_{IGM} \rangle \approx 1000z \text{ pc} \cdot \text{cm}^{-3}$).
- **Magnetar:** Mladá neutronová hvězda s extrémním magnetickým polem ($B \sim 10^{14} - 10^{15} \text{ G}$) přesahujícím kritickou kvantovou Schwingerovu mez B_{QED} .
- **Mikrokvazar:** Galaktická rentgenová dvojhvězda vykazující relativistické rádiové výtrysky vyvolávající zdánlivý nadsvětelný pohyb.

N

- **NLR (Narrow Line Region):** Rozsáhlá oblast řídkého plynu v aktivním galaktickém jádře generující úzké povolené i zakázané emisní čáry.

P

- **Pitch angle (úhel sklonu dráhy α):** Úhel mezi okamžitým vektorem rychlosti nabitě částice a vektorem magnetické indukce.

R

- **R-proces (rapid neutron capture):** Jaderný proces rychlého zachytu neutronů v extrémně neutronově bohatém prostředí, odpovědný za vznik prvků těžších než železo (zlato, platina, uran).
- **RMF (Redistribution Matrix File):** Přístrojová matice v rentgenové astronomii udávající pravděpodobnost detekce fotonu s danou energií v konkrétním přístrojovém kanálu.
- **Rocheův lalok:** Ekvipotenciální plocha v rotující soustavě binární dvojhvězdy ohraničující gravitační sféru vlivu jednotlivých složek spojená vnitřním Lagrangeovým bodem L_1 .

S

- **Schwingerovo kritické pole (B_{QED}):** Hodnota magnetického pole $B_{QED} = m_e^2 c^3 / (e \hbar) \approx 4.414 \times 10^{13} \text{ G}$, při níž dochází k nelineární polarizaci vakua a štěpení fotonů.
- **SSC (Synchrotron Self-Compton):** Dvoustupňový proces, při němž relativistické elektrony rozptylují fotony, které samy předtím vyzářily synchrotronovým mechanismem.
- **Synchrotronová samoabsorpce (SSA):** Absorpce synchrotronových fotonů týmě relativistickým plazmatem, vedoucí k opticky tlustému spektru s asymptotickým sklonem $F_{\nu} \propto \nu^{5/2}$.

T

- **TT-kalibrace (Transverse-Traceless gauge):** Speciální kalibrace v linearizované obecné teorii relativity, v níž má tenzor gravitační vlny nulovou stopu a pouze prostorové příčné složky.

U

- **UHECR (Ultra-High-Energy Cosmic Rays):** Kosmické záření s energiemi přesahujícími 10^{18} eV .